

倾斜平界面在地震剖面上的表现形态

楼 锡 吉

摘要

利用 CDP 道集，可以直接获得共中心点叠加时间剖面或视深度剖面，由此可转换为法向深度剖面。一个地下界面在不同形式的地震剖面上将有不同的表现形态。本文讨论了倾斜平界面的表现形态和法向深度剖面的三维偏移归位公式，同时研究了二步法三维偏移。无论是二步法三维包络偏移、二步法绕射偏移，还是共中心点叠加视深度剖面的二步法三维偏移，它们的实现步骤的第一步是沿测线方向偏移，第二步则是绕测线转动，其转动角由法向平面和铅垂平面间的夹角决定。第一步偏移的实质是在铅垂平面内完成偏移归位，第二步偏移是在空间内完成侧面波的空间归位。

ABSTRACT

By using the CDP gather, common-mid-point stacked time section or apparent depth section can directly be obtained, which can be converted into normal depth section. A subsurface interface may have different appearances on different seismic sections. This paper discusses the appearance of dipping plane interface and the formula of 3D migration for normal depth section and 3D migration in two steps. Whether the two-step 3D envelope migration, two-step diffraction migration or two-step 3D migration of CMP stacked apparent depth section, the first step is always the migration along the line, and the second step is switching over the lines, with the switching angles being determined by the angle between the normal plane and perpendicular plane. The first step of the migration is performed within the perpendicular plane, and the second step of migration is the spatial migration of the side waves.

利用地震勘探资料，采用不同的处理方法，可以获得不同形式的地震剖面。本文研究地下倾斜平界面在不同形式的地震剖面上所具有的表现形态及其应用。考虑到在实践中大量使用的是直测线观测系统，因此这里只研究直测线观测系统下的地震剖面。

法向平面

如图1所示，建立空间坐标系 $(O; x, y, z)$ ，原点 O 取在地面某个参考点上， x 轴正方向可任意选取。假设在此坐标系中倾斜界面的方程为

$$Ax + By + z - z_0 = 0 \quad (1)$$

式中 z_0 是原点 O 的界面深度，它在界面上的深度点为 $O_1(0, 0, z_0)$ 。

若地面有一条测线（实际上是公共中点线） GH ，具有方程

$$y = ax + b \quad (2)$$

过测线 GH 垂直于界面的平面 GHI 是界面的法向平面，与界面的交线 HI 为测线在界面上的射影轨迹，也就是自激自收记录的反射点线。法向平面 GHI 的方程为

$$ax - y - (aA - B)z + b = 0 \quad (3)$$

测线 GH 在界面上的射影轨迹 HI 的方程为

$$\frac{x - \frac{z_0 - bB}{A + aB}}{B(aA - B) - 1} = \frac{y - \frac{az_0 + bA}{A + aB}}{AB - a(A^2 + 1)} = \frac{z}{A + aB} \quad (4)$$

视倾角 $\angle GHI = \varphi$ 满足下式

$$\cos\varphi = \sqrt{\frac{(A^2 + 1)a^2 - 2ABA + B^2 + 1}{(a^2 + 1)(A^2 + B^2 + 1)}} \quad (5)$$

可见，平行测线的视倾角 φ 是相同的。由式(4)知，平行测线在界面上的射影轨迹也是相互平行的直线。

法向深度剖面

地面上任一点 $M(x_M, y_M, 0)$ 在界面上的射影 $P(x_P, y_P, z_P)$ 的坐标可按下式算得（详见参考文献）

$$\left\{ \begin{array}{l} x_P = x_M + Az_P \\ y_P = y_M + Bz_P \\ z_P = -\frac{Ax_M + By_M - z_0}{A^2 + B^2 + 1} \end{array} \right. \quad (6)$$

点 M 到界面的距离为

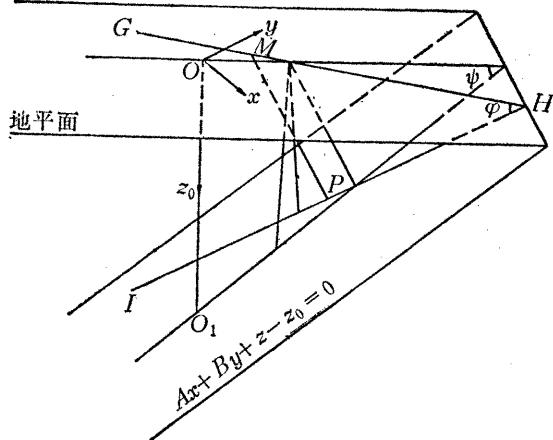


图 1 倾斜平界面的坐标系统

$$h_M = - \frac{Ax_M + By_M - z_0}{\sqrt{A^2 + B^2 + 1}} \quad (7)$$

过点 M 作垂直于 GH 的平面，它与 HI 交于点 S ，则点 S 就是视深度点（图 2）。取点 Q ，使

$$MQ = MP$$

当法向平面 GHI 绕 HI 旋转至铅直位置时，得到铅垂平面 GHI' 。这时点 P 到达 P' 点的位置上，点 Q 就到达点 Q' 的位置上，则点 Q' 就是等法向深度点。它位于点 M 的正下方，且其深度与点 M 的法向深度相等。把点 P 的信息置于点 Q' 上，我们就可得到法向深度剖面 $F(x, y, h)$ 。

若把界面在法向深度剖面上的视倾角记为 φ_Q ，则有

$$\operatorname{tg} \varphi_Q = \sin \varphi \quad (8)$$

可见， φ_Q 与点 M 的位置无关，这说明在法向深度剖面上，倾斜界面表现为一条直线，但是视倾角减小，界面产状变缓。

显然，等法向深度点 Q' 的坐标为

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{Q'} = x_M \\ y_{Q'} = y_M \\ z_{Q'} = h_M \end{array} \right. \quad (9)$$

我们比较式 (9) 与式 (6)，就可知在法向深度剖面上，地震波信息并不在正确的空间位置上，因此需要进行偏移归位处理。这种偏移归位的实质就是把法向深度剖面中点 Q' 上的信息挪到点 M 在界面的射影点 P 上。

因为 $MP = MQ'$ ，可得

$$z_{Q'} = \sqrt{(x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2 + z_P^2} \quad (10)$$

因此，当归位点 $P(x_P, y_P, z_P)$ 和记录道的地面位置点 $M(x_M, y_M, 0)$ 给定后，则 $z_{Q'}$ 由式 (10) 确定，这就是法向深度剖面的三维偏移归位公式。用此公式实现三维偏移归位，通常称为三维偏移一步法。

下面我们来讨论三维偏移二步法。

为方便起见，这里只讨论正交直测线网的情况。假定测线距为 Δy ，道间距为 Δx ， x 轴与测线平行，因此测线方程中斜率 $a = 0$ ，由式 (5) 得

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \varphi_x = \sqrt{\frac{B^2 + 1}{A^2 + B^2 + 1}} \\ \cos \varphi_y = \sqrt{\frac{A^2 + 1}{A^2 + B^2 + 1}} \end{array} \right. \quad (11)$$

第 n 条测线第 m 个共中心点 $M(m\Delta x, n\Delta y, 0)$ 在界面上的射影点 $P(x_P, y_P, z_P)$ ，由式 (6) 得

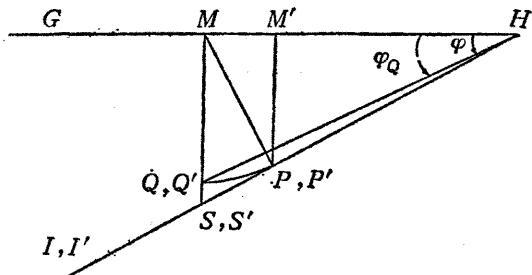


图 2 法向深度与垂向深度的关系

$$\begin{cases} x_P = m\Delta x + Az_P \\ y_P = n\Delta y + Bz_P \\ z_P = -\frac{Am\Delta x + Bn\Delta y - z_0}{A^2 + B^2 + 1} \end{cases} \quad (12)$$

由式(7)可得点M的法向深度

$$h_M = -\frac{Am\Delta x + Bn\Delta y - z_0}{\sqrt{A^2 + B^2 + 1}} \quad (13)$$

在法向深度剖面上P点的信息被记录在点Q'(mΔx, nΔy, h_M)上。

由于三维偏移计算工作量巨大，人们为了减少计算工作量，在相互垂直的两个方向上分别采用二维偏移来达到三维偏移的目的。

三维绕射偏移二步法

在式(10)中令

$$z_{Q'} = \sqrt{z_{P'}^2 + (x_P - x_M)^2} \quad (10')$$

$$z_{P'} = \sqrt{z_P^2 + (y_P - y_M)^2} \quad (10'')$$

第一步在y=y_M的平面内，将点Q'(x_M, y_M, z_{Q'})上的信息偏移到点P'(x_P, y_M, z_{P'})上。第二步在x=x_P的平面内，再次偏移到点P(x_P, y_P, z_P)上。可见，反射波信息得到了准确的归位。

三维包络偏移二步法

下面讨论在两个相互垂直的方向上，分别采用包络偏移法所得到的结果。

第一种情况：先沿x方向偏移，后沿y方向偏移。先沿x方向进行偏移时(图3)，

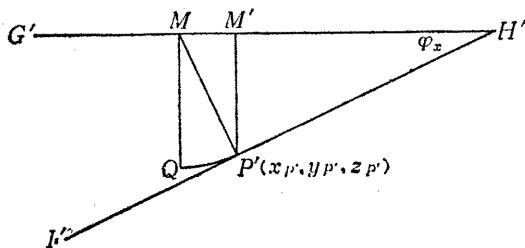


图3 沿x方向实现第一步偏移

偏移后的点P'(x_{P'}, y_{P'}, z_{P'})仍在通过测线的铅垂平面内，因此可得

$$\begin{cases} x_{P'} = m\Delta x + Az_P \\ y_{P'} = n\Delta y \\ z_{P'} = \sqrt{B^2 + 1} \cdot z_P \end{cases} \quad (14)$$

式中z_P由式(12)确定。

可见，为了保证沿y方向偏移时拥有P点的信息，必须要求点M'(x_{P'}, y_{P'}, 0)是测线的某个中心点，即要求

$$m' = \frac{A(Am + Bn\Delta y / \Delta x - z_0 / \Delta x)}{A^2 + B^2 + 1} \quad (15)$$

是一个整数。我们暂且假定式(15)能够满足，因此就可以沿y方向再次进行偏移(图4)，若被偏移到P''(x_{P''}, y_{P''}, z_{P''})上，该点位于与x轴垂直的铅垂平面内。故得

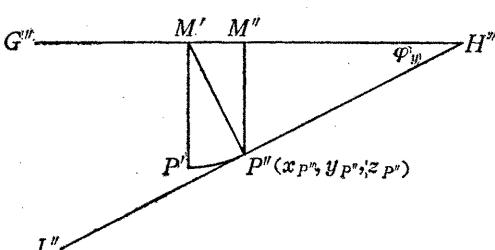


图4 沿y方向实现第二步偏移

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{P''} = x_{P'} + m \Delta x + A z_P \\ y_{P''} = m \Delta y + \sqrt{\frac{B^2 + 1}{A^2 + B^2 + 1}} \cdot B z_P \\ z_{P''} = \sqrt{\frac{(A^2 + 1)(B^2 + 1)}{A^2 + B^2 + 1}} \cdot z_P \end{array} \right. \quad (16)$$

式中 z_P 由式 (12) 确定。

第二种情况：先沿 y 方向偏移，后沿 x 方向偏移。可得

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{P''} = m \Delta x + \sqrt{\frac{A^2 + 1}{A^2 + B^2 + 1}} \cdot z_P \\ y_{P''} = n \Delta y + B z_P \\ z_{P''} = \sqrt{\frac{(A^2 + 1)(B^2 + 1)}{A^2 + B^2 + 1}} \cdot z_P \end{array} \right. \quad (17)$$

式中 z_P 由式 (12) 确定。这时的约束条件是

$$n' = \frac{B(Am\Delta x/\Delta y + Bn - z_0/\Delta y)}{A^2 + B^2 + 1} \quad (18)$$

应是一个整数。

我们对式 (12) 和式 (16)、(17) 进行对比分析以后，可以得到以下几点看法：

1. 三维包络偏移二步法所得的归位点 P'' 的位置与偏移次序有关，它不是正确的归位点 P ，而且很难满足式 (15) 或式 (18)，这就有可能使归位点 P'' 偏离正确空间点 P 。只有当测线与界面走向平行或垂直时， P' 点才与 P 点相重合，且与偏移次序无关。

2. 由式 (16) 和式 (17) 可以看到，点 P'' 的深度与偏移次序无关，并且比点 P 位于更深处。点 P'' 在第一次偏移方向上的坐标值将与点 P 在相应方向上的坐标值相同，而在第二次偏移方向上的坐标值两者则不相同， P'' 点比 P 点更接近于 M 点。

可见，在三维包络偏移二步法中，沿测线方向偏移在原理上无疑是正确的，因为转动圆与界面相切，但在垂直于测线的方向上则不能用包络法进行偏移。这是因为在第一次偏移后，所得到的点 P' 已经是所求的偏移点，只是由于它仍位于铅垂平面内，还没有归位到正确的空间位置 P 点上。那么点 P' 和点 P 之间有什么关系呢？由图 2 知，铅垂平面是由法向平面绕测线旋转后得到的。因此，点 P' 是点 P 绕测线 GH 旋转后得到的，它们位于垂直于测线的平面内，且在此平面与测线的交点 M' 为圆心、以距离 $M'P$ 为半径的圆上。所以，我们只需把点 P' 仍以测线为轴沿此圆转动至 P 点即可。过测线的法向平面与铅垂平面之间的夹角 α 满足下式

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + B^2}} \quad (19)$$

由图 5 得

$$z_{P'} \cos \alpha = z_P$$

$$y_{P'} + z_{P'} \sin \alpha = y_P$$

可见，在垂直于测线的平面内 P' 点转动 α 角后确实达到了 P 点，即反射波信息得到了

空间归位。如果令 $x_M = m\Delta x$, $y_M = n\Delta y$, 则由图 5 也可得到式(10'')。因此三维绕射偏移二步法中的第二步亦是一次转动, 但这次转动得到的圆与界面是不相切的, 因此不能用包络法进行偏移。总结以上可知, 沿测线方向可以采用绕射偏移也可采用包络法偏移, 但在垂直于测线的方向必须进行转动——绕射偏移。于是我们可以得到正确的三维偏移二步法:

第一步, 沿测线方向完成二维偏移;

第二步, 选取任一归位点 $P(x_p, y_p, z_p)$, 它在地面上的投影点 $M''(x_p, y_p, 0)$ 。点 M'' 在测线上的垂足 M' 处地震道的取样深度为

$$z_{P''} = PM' \quad (20)$$

将所取得的样品置于 P 点上, 便完成了 P 点信息的提取。如果 P 点是界面点, 则其信息将被保留, 其余信息相互抵消; 如果 P 点不是界面点, 则所有信息将相互抵消。

可见, 第一次偏移的实质是在铅垂平面内完成偏移归位, 第二次偏移是在空间内完成侧面波的空间归位。因此, 文中提出的三维偏移二步法具有明确的物理意义。

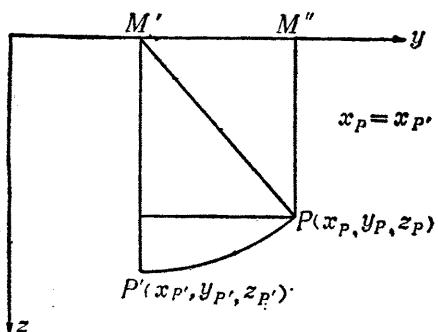


图 5 在垂直于测线的平面内的偏移

法向时间剖面

在法向深度剖面 $F(x, y, h)$ 中, 深度方向的自变量是公共中点(自激自收点)到界面的距离 h 。若以法向双程旅行时间 t_0 作为深度方向的自变量, 则可得法向时间剖面 $F(x, y, t_0)$, 亦可称为共中点叠加时间剖面, 也就是我们惯用的时间剖面。如果从地面至深度 h 处的地震波平均速度为 $v(h)$, 则有

$$t_0 = \frac{2h}{v(h)} \quad (21)$$

当 x 轴平行于测线时, 则任一条平行测线 $y=b$ 上任一点 $M(x, b, 0)$ 到倾斜界面法向距离由式(7)给出

$$h = -\frac{Ax + Bb - z_0}{\sqrt{A^2 + B^2 + 1}} \quad (22)$$

可见, h 是 x 的线性函数, 即在法向深度剖面上倾斜界面为一条直线。但在法向时间剖面上, 倾斜界面以何种形态出现呢? 这里只考虑两种最简单的情况。

当速度是一常数而与深度无关时, 即

$$v(h) = v_0 \quad (23)$$

将式(22)和式(23)代入式(21), 得

$$t_0 = -\frac{2(Ax + Bb - z_0)}{v_0 \sqrt{A^2 + B^2 + 1}} \quad (24)$$

此时， t_0 是 x 的线性函数，说明在恒速介质中倾斜界面在法向时间剖面上为一条直线。但这是不可能的，因为速度总是深度的函数。最简单的情况是速度被假定为深度的线性函数，即

$$v(h) = v_0(1 + \beta h) \quad (25)$$

将式 (22) 和式 (25) 代入式 (21)，得

$$t_0 = \frac{2}{v_0} \cdot \frac{Ax + bB - z_0}{\beta Ax + \beta(bB - z_0) - \sqrt{A^2 + B^2 + 1}} \quad (26)$$

可见， t_0 是 x 的有理分式函数，而不再是线性函数。因此在法向时间剖面上，倾斜平界面表示一条曲线。

三维偏移一步法：由式 (10) 可得

$$t_0 = \sqrt{T_0^2 + \frac{4}{v^2(T)} [(x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2]} \quad (27)$$

由此式可把法向时间剖面 $F(x, y, t_0)$ 偏移归位，得到偏移归位剖面 $F(x, y, T_0)$ 。

三维偏移二步法：对法向时间剖面 $F(x, y, t_0)$ 沿测线方向进行二维偏移后可得偏移剖面 $F(x, y, t'_0)$ 。然后任取空间点 $P(x_P, y_P, T_0)$ ，自点 $M''(x_P, y_P, 0)$ 作测线的垂线得垂足 M' 处地震道，则取样时间近似地有

$$t'_0 = \frac{PM'}{v(T_0)} \quad (28)$$

当然，这样算得的 t'_0 偏大，而且偏移速度 $v(T_0)$ 的正确选取是很困难的。

总之，在法向时间剖面上，倾斜平界面一般为一条曲线，其缺点是偏移归位处理时选取偏移速度的理论根据不足，其优点是便于和自激自收记录进行对比。

叠 加 深 度 剖 面

若以公共中点到界面的视深度 h^* 作为深度方向的自变量时，就可得到共中点叠加视深度剖面 $F(x, y, h^*)$ ，本文中简称为叠加深度剖面，它亦位于过测线的铅垂平面内（图 2）。这时， P 点信息将置于点 S' 上，且有

$$h^* = h/\cos\varphi \quad (29)$$

因为点 S' 位于点 M 的正下方，故其坐标为

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{S'} = x_M \\ y_{S'} = y_M \\ z_{S'} = h^* \end{array} \right. \quad (30)$$

由于点 S 位于界面上，因此在叠加深度剖面上，倾斜界面为一条直线，且视倾角不变，这说明界面的产状不变。因而，对于倾斜平界面，叠加深度剖面是最好形式的地震剖面。

将式 (5) 和式 (7) 代入式 (29)，得

$$h^* = \sqrt{\frac{a^2 + 1}{(A^2 + 1)a^2 - 2ABa + B^2 + 1}} (z_0 - Ax_M - By_M) \quad (31)$$

叠加深度剖面的三维偏移二步法和法向深度剖面的三维偏移二步法基本上是相同的，区别仅仅在于沿测线方向的二维偏移方法不同，因此不再赘述。

直接在叠加深度剖面上进行一步法的三维偏移是不可以的，这是因为不同方位布置的测线具有不同的视倾角，因而各个叠加深度剖面上的视深度是不相同的。但是，叠加深度剖面的最大优点是利用平界面的视倾角不变性，可以不经偏移归位处理，直接由叠加深度剖面绘制等深图。下面叙述直接绘制等深图的方法。

假设两条直测线

$$\begin{cases} y = a_1 x + b_1 \\ y = a_2 x + b_2 \end{cases} \quad (32)$$

相交于点 $M(x_M, y_M, 0)$ (图 6)，则点 M 在界面上的射影点 $P(x_P, y_P, z_P)$ 的坐标由式(6)确定。如果 z_P 等于要绘制的等深图中某个深度 h_i ，则点 $M'(x_P, y_P, 0)$ 为深度 h_i 的等深度线上的一个点。但在计算式中尚有未知量 A, B, z_0 需要由叠加深度剖面来确定。

图 6 两条相交直测线的等深线作图

通过点 M 有两个叠加深度剖面 $G_1H_1I_1$ 和 $G_2H_2I_2$ 。利用倾斜界面在叠加深度剖面上视倾角的不变性，可分别求得视倾角 φ_1 和 φ_2 ，代入式(5)得

$$\begin{cases} \frac{(A^2 + 1)a_1^2 - 2ABAa_1 + B^2 + 1}{(a_1^2 + 1)(A^2 + B^2 + 1)} = \cos^2 \varphi_1 \\ \frac{(A^2 + 1)a_2^2 - 2ABAa_2 + B^2 + 1}{(a_2^2 + 1)(A^2 + B^2 + 1)} = \cos^2 \varphi_2 \end{cases} \quad (33)$$

方程组(33)中只有 A, B 两个未知量是可以确定的，然后测得点 M 处的视深度 h^* ，由式(31)可确定 z_0

$$z_0 = Ax_M + By_M + h^* \sqrt{\frac{(A^2 + 1)a^2 - 2ABAa + B^2 + 1}{a^2 + 1}} \quad (34)$$

当两条测线互相正交时，不妨取测线 G_1H_1 的某条平行直线为 x 轴，则有

$$y = b_1 \quad (\text{对 } G_1H_1)$$

$$x = c_2 \quad (\text{对 } G_2H_2)$$

视倾角记为 φ_x 和 φ_y ，则由式(11)得

$$\begin{cases} \frac{B^2 + 1}{A^2 + B^2 + 1} = \cos^2 \varphi_x \\ \frac{A^2 + 1}{A^2 + B^2 + 1} = \cos^2 \varphi_y \end{cases} \quad (35)$$

解得

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{\operatorname{tg}\varphi_x}{\cos\varphi_y \sqrt{1 - \operatorname{tg}^2\varphi_x \operatorname{tg}^2\varphi_y}} \\ B = \frac{\operatorname{tg}\varphi_y}{\cos\varphi_x \sqrt{1 - \operatorname{tg}^2\varphi_x \operatorname{tg}^2\varphi_y}} \end{array} \right. \quad (36)$$

在剖面 $G_1H_1I_1$ 上点 M 处视深度记为 h_1^* , 则式 (34) 成为

$$z_0 = Ax_M + By_M + h_1^* \sqrt{B^2 + 1} \quad (37)$$

由 (36)、(37) 两式即可确定 A, B, z_0 。

通过对叠加深度剖面的分析, 我们可得到以下两点看法:

1. 三维偏移二步法仍适用, 且可得到精确的归位解;
2. 可以用来直接绘制等深图, 这对于三维地震勘探资料的处理具有很大的经济效益。当然这种等深图一般只能用于钻探井位的设计, 而不适用于开发井位的设计。

至于如何得到叠加深度剖面, 将在另文讨论。

结 束 语

综上分析, 可以得到以下一些认识。

1. 由于在深度方向上选用不同的参数作为自变量, 可以相应地得到不同形式的地震剖面:

深度方向自变量	地震剖面
法向深度 h	法向深度剖面 $F(x, y, h)$
法向双程旅行时 t_0	法向时间剖面 $F(x, y, t_0)$
视深度 h^*	叠加深度剖面 $F(x, y, h^*)$

2. 倾斜平界面在不同形式的地震剖面上具有不同的表现形态:

地震剖面	倾斜平界面的形态
法向深度剖面	直线, 视倾角变小, 产状变缓
法向时间剖面	曲线, 受速度分布的影响
叠加深度剖面	直线, 视倾角不变, 产状不变

因而, 对于倾斜平界面, 叠加深度剖面是最好形式的地震剖面。

3. 各种地震剖面的优缺点

法向深度剖面 可以应用三维偏移一步法和二步法进行偏移归位, 但难以从地震资料直接得到。

法向时间剖面 可由地震资料直接得到, 便于和自激自收记录进行对比, 亦可用三维偏移一步法和二步法进行偏移归位, 但偏移速度和时深转换速度难以确定。

叠加深度剖面 可由地震资料直接得到, 用三维偏移二步法进行偏移归位, 可以不经偏移处理直接绘制等深图, 但三维偏移一步法不适用。

4. 沿测线方向可以有不同的二维偏移方法, 但在与测线垂直的方向只能有一种二