

含垂直裂隙地层中弹性波相速度

桂志先* 贺振华 黄德济

(成都理工学院)

摘 要

桂志先,贺振华,黄德济. 含垂直裂隙地层中弹性波相速度. 石油地球物理勘探, 2001, 36(2): 180~186

本文将含两组垂直定向排列裂隙介质的弹性常数矩阵中的各分量代入 Christoffel 方程, 得到偏振方向相互垂直的三个速度分量: 准 P 波、准 SV 波和准 SH 波; 在此基础上, 对裂隙中含气体和流体时地震波的传播规律进行数值模拟。

主题词 弹性常数 裂隙介质 各向异性 数值模拟

ABSTRACT

Gui Zhixian, He Zhenhua and Huang Deji. Phase velocity of elastic wave in stratum with two group of vertical oriented fracture. OGP, 2001, 36(2): 180~186

Substituted components of elastic constant matrix on medium with two group of vertical oriented fracture into Christoffel equation, the paper obtained three velocity components which polarization directions are mutually vertical: quasi-P wave, quasi-SV wave and quasi-SH wave; numeric modeling has been conducted for law of seismic propagation in gas-bearing and fluid-filled fracture on that basis.

Subject terms: elastic constant, fractured medium, anisotropy, numerical simulation

引 言

常规地震勘探基于对地层作各向同性的简化假设, 这一作法在理论与方法上发展较成熟, 并已得到广泛应用。随着地震勘探技术的不断发展, 寻找裂隙构造和裂隙型油气藏已成为油气勘探的重要课题。

裂隙地层主要表现为各向异性。由一组垂直定向排列裂隙诱导的各向异性介质为横向各向同性介质(即 EDA 介质), 人们对其已进行了广泛深入的研究。由两组垂直定向排列的裂隙介质(即两组 EDA 介质斜交)诱导的各向异性介质则比较复杂, Winterstein^[3]将其归纳为四种情况: ①两组裂隙相互垂直, 弹性性质不同(斜交系介质), 快横波偏振方向平行于主裂隙, 慢

* Gui Zhixian, Department of Geophysical Exploration, Jiangnan Petroleum Institute, Jingzhou City, Hubei Province, 434102, China

本文于 2000 年 1 月 10 日收到, 修改稿于 2001 年 2 月 18 日收到。

本文受国家 973 项目(G1999043311)资助。

横波偏振方向平行于强度小的裂隙;②两组裂隙相互垂直,弹性性质相同(正交系介质),横波以相同的速度传播,横波偏振不揭示岩石的任何性质;③两组裂隙互成任意角(非 0° 或 90°),弹性性质相同(斜交晶系介质),快横波沿二等分裂隙所夹锐角方向偏振,慢横波沿二等分所夹钝角方向偏振;④两组裂隙互成任意角,弹性性质不同(斜交晶系介质),快横波沿两组裂隙所夹锐角之间某一方向偏振,更接近主裂隙方向,慢横波沿裂隙所夹钝角之间某一方向偏振。目前,尚未见到对③、④两种情况作弹性常数和波场等方面的理论研究的文献。

我们曾根据 Hudson 裂隙理论,对上述③中裂隙介质的有效弹性常数作过分析,并给出了表达式^[4]。本文在此基础上,求出相速度,并对地震波的传播进行模拟。

含两组垂直定向排列裂隙介质中的 Christoffel 方程与相速度

对于含两组垂直定向排列裂隙的介质(背景为各向同性的围体),文献 4 推导出了其弹性常数矩阵

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & 0 & 0 & e_{16} \\ e_{12} & e_{22} & e_{23} & 0 & 0 & e_{26} \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} & 0 & 0 & e_{36} \\ 0 & 0 & 0 & e_{44} & e_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{45} & e_{55} & 0 \\ e_{16} & e_{26} & e_{36} & 0 & 0 & e_{66} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中各分量是由围体的弹性常数 λ 和 μ 、裂隙所含物质的性质、两组裂隙之间的夹角和排列方向决定的。其详细表达式见文献 4。

对于沿 $\vec{r} = (l, m, n) = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$ 方向、以速度 v 传播的平面波,Christoffel 方程为

$$(\Gamma_{ij} - \rho v^2 \delta_{ij}) p_i = 0 \quad (2)$$

式中: Γ_{ij} 为 Christoffel 矩阵; ρ 为介质的密度; p_i 为波的偏振方向。式(2)有解的充要条件是系数行列式为零,即

$$\begin{vmatrix} \Gamma_{11} - \rho v^2 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} - \rho v^2 & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} - \rho v^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

在两组垂直定向排列的裂隙介质中, Γ_{ij} 的表达式为

$$\Gamma_{11} = e_{11}\sin^2\theta\cos^2\varphi + e_{66}\sin^2\theta\sin^2\varphi + e_{55}\cos^2\theta + e_{16}\sin^2\theta\sin 2\varphi$$

$$\Gamma_{22} = e_{66}\sin^2\theta\cos^2\varphi + e_{22}\sin^2\theta\sin^2\varphi + e_{44}\cos^2\theta + e_{26}\sin^2\theta\sin 2\varphi$$

$$\Gamma_{33} = e_{55}\sin^2\theta\cos^2\varphi + e_{44}\sin^2\theta\sin^2\varphi + e_{33}\cos^2\theta + e_{45}\sin^2\theta\sin 2\varphi$$

$$\Gamma_{12} = e_{16}\sin^2\theta\cos^2\varphi + e_{26}\sin^2\theta\sin^2\varphi + e_{45}\cos^2\theta + (e_{12} + e_{66})\sin^2\theta\sin 2\varphi$$

$$\Gamma_{13} = \frac{1}{2}[(e_{36} + e_{45})\sin 2\theta\sin\varphi + (e_{55} + e_{13})\sin 2\theta\cos\varphi]$$

$$\Gamma_{23} = \frac{1}{2}[(e_{23} + e_{44})\sin 2\theta\sin\varphi + (e_{45} + e_{36})\sin 2\theta\cos\varphi]$$

式(3)可化为

$$(\rho v^2)^3 + a(\rho v^2)^2 + b(\rho v^2) + c = 0 \quad (4)$$

式中

$$a = -(\Gamma_{11} + \Gamma_{22} + \Gamma_{33})$$

$$b = \Gamma_{11}\Gamma_{22} + \Gamma_{22}\Gamma_{33} + \Gamma_{33}\Gamma_{11} - \Gamma_{12}^2 - \Gamma_{13}^2 - \Gamma_{23}^2$$

$$c = \Gamma_{23}^2\Gamma_{11} + \Gamma_{33}\Gamma_{12}^2 + \Gamma_{13}^2\Gamma_{22} - 2\Gamma_{12}\Gamma_{13}\Gamma_{23} - \Gamma_{11}\Gamma_{22}\Gamma_{33}$$

由式(4)可知:速度 v 有三个正根,代表三种类型的波,即准 P 波、准 S1 波和准 S2 波,求解式(4)得到三个相速度表达式(推导过程见附录)

$$\rho v_P^2 = -\frac{a}{3} + 2A_0^{\frac{1}{3}}\cos\left(\frac{\gamma}{3}\right) \quad (5)$$

$$\rho v_{S1}^2 = -\frac{a}{3} - 2A_0^{\frac{1}{3}}\cos\left(\frac{\pi + \gamma}{3}\right) \quad (6)$$

$$\rho v_{S2}^2 = -\frac{a}{3} + 2A_0^{\frac{1}{3}}\cos\left(\frac{\pi - \gamma}{3}\right) \quad (7)$$

式中

$$A_0 = \sqrt{\left(-\frac{q}{2}\right)^2 + \left|\left(-\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3\right|}$$

$$\gamma = \arctan \left[\frac{\sqrt{\left|\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3\right|}}{\left(-\frac{q}{2}\right)} \right]$$

$$p = b - \frac{a^2}{3}$$

$$q = c - \frac{ab}{3} + \frac{2a^3}{27}$$

相速度与波场模拟

上文中,根据 Christoffel 方程,我们分析了在两组垂直定向排列的裂隙介质中存在三类波。若给定围体的弹性常数(或纵、横波速度)、两组裂隙之间的夹角、裂隙密度和裂隙内所包含的物质等参数,就可通过数值计算求出三类波的相速度。下面,我们分别计算裂隙内含饱和流体与气体时的情况。

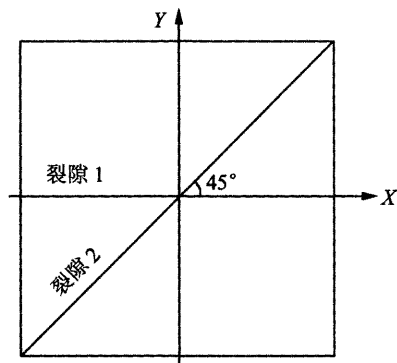


图1 两组斜交裂隙介质平面模型

图1为裂隙模型的平面图,设围体中纵、横波速度分别为 5.5km/s 和 3.0km/s,两组垂直裂隙走向间的夹角为 45°,X 轴与裂隙1平行。根据上面有关公式,我们计算了在两种不同裂隙密度情况下,干裂隙(含气)和饱和流体裂隙介质中三类波的传播速度。

图2、图3、图4和图5分别是裂隙密度为 0.05 和

0.1 时,干裂隙介质中波的相速度;图 6 和图 7 分别是裂隙密度为 0.05 和 0.1 时,流体饱和裂隙介质中波的相速度;图 8 和图 9 是干裂隙介质中时间 $t=150\text{ms}$ 时, X - Z 平面内的波场快照(子波是主频为 35Hz 的雷克子波,道间距为 20m)。

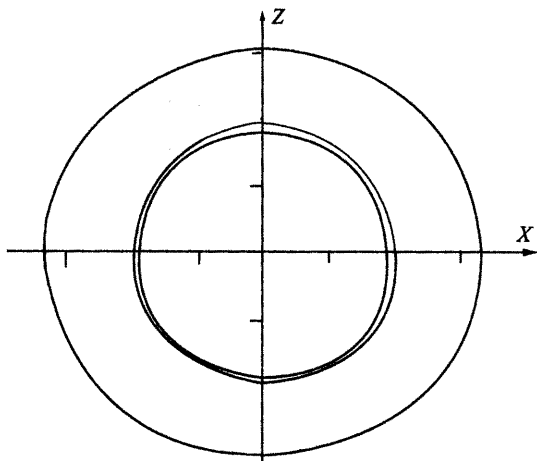


图 2 干裂隙介质中波的相速度($\epsilon=0.05, \varphi=0^\circ$)

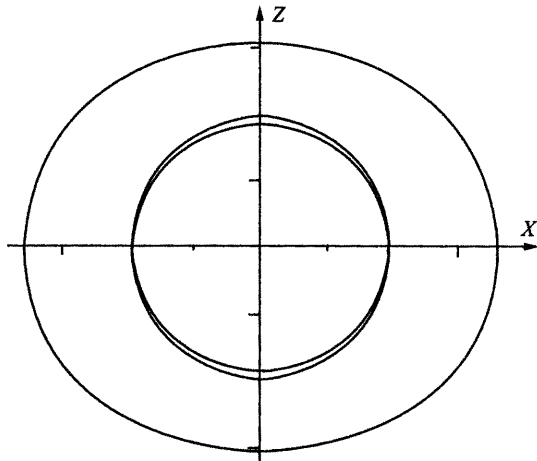


图 3 干裂隙介质中波的相速度($\epsilon=0.05, \varphi=22.5^\circ$)

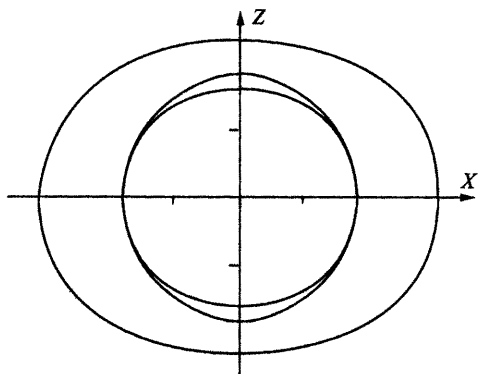


图 4 干裂隙介质中波的相速度($\epsilon=0.1, \varphi=0^\circ$)

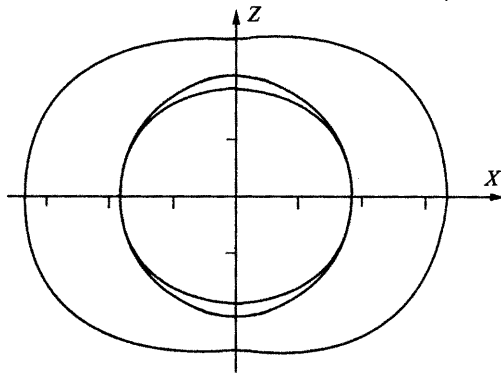


图 5 干裂隙介质中波的相速度($\epsilon=0.1, \varphi=22.5^\circ$)

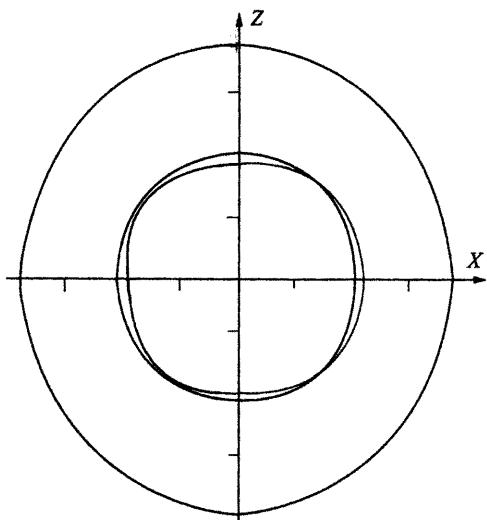


图 6 流体饱和裂隙介质中波的相速度
($\epsilon=0.05, \varphi=0^\circ$)

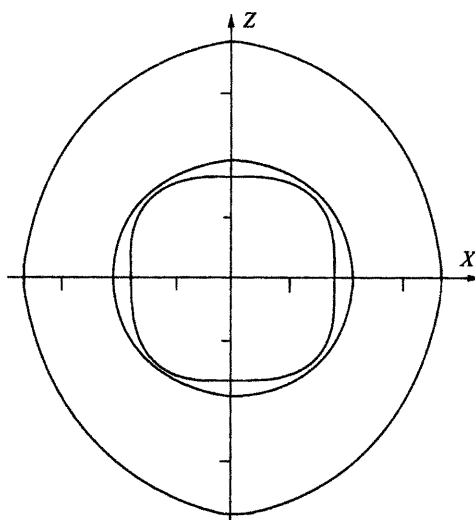


图 7 流体饱和裂隙介质中波的相速度
($\epsilon=0.1, \varphi=0^\circ$)

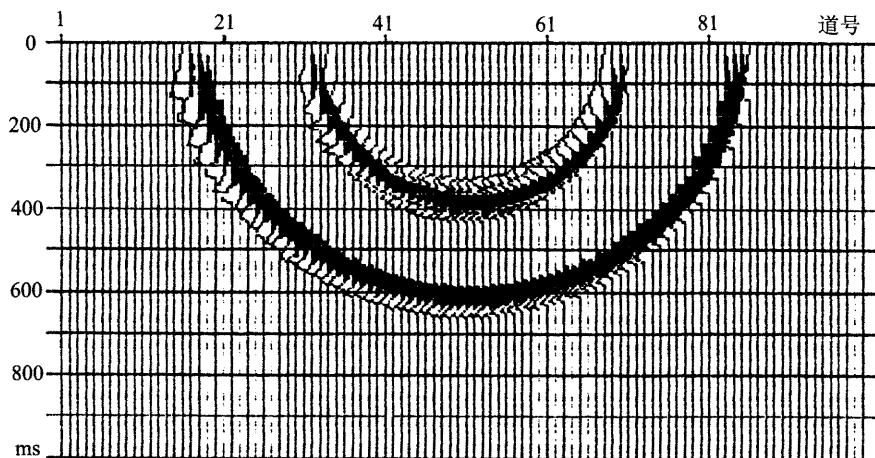


图 8 $t=150\text{ms}$ 时 $X-Z$ 平面内波场数值模拟 ($\epsilon=0.05$)

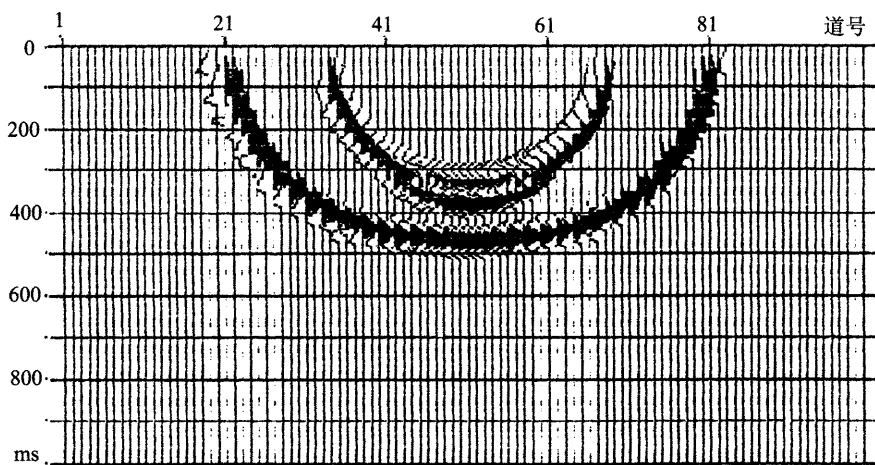


图 9 $t=150\text{ms}$ 时 $X-Z$ 平面内波场数值模拟 ($\epsilon=0.1$)

从这些图上可以看出:①在两组垂直定向排列的裂隙介质中,地震波表现为方位各向异性,存在横波分裂现象(即 $qS1$ 波和 $qS2$ 波速度有差异,且方向不同、差异不同),仅在两组裂隙走向之间近似于二等分的角度上表现为各向同性;②裂隙密度越大,波的速度越低,且各向异性现象越明显;③干裂隙介质中地震波的速度低于流体饱和时地震波的速度。

参 考 文 献

- 1 贺振华,黄德济编著. 复杂油气藏地震波场特征方法原理及应用,四川科学技术出版社,1999
- 2 何樵登,张中杰编著. 横向各向同性介质中地震波及数值模拟,吉林大学出版社,1996
- 3 Winterstein D 著. 横波性质与岩石裂缝之间的关系:几个简单的实例. 石油物探译丛,1993(5)
- 4 桂志先,贺振华,黄德济. 两种类型裂隙介质弹性常数分析. 物探与化探计算技术,2000(2)
- 5 马在田等编著. 计算地球物理学概论,同济大学出版社,1997
- 6 Franklyn K L. Estimating shear wave velocities from P-wave and converted wave data. *Geophysics*, 1999, 64(2)

(本文编辑:朱汉东)

附录

两组斜交 EDA 介质相速度表达式的推导

将两组垂直定向排列的裂隙介质(相当于两组斜交 EDA 介质)的弹性常数矩阵的各分量代入到 Christoffel 方程,得到

$$(\rho v^2)^3 + a(\rho v^2)^2 + b(\rho v^2) + c = 0 \quad (\text{A-1})$$

式中 a, b, c 是常数,由介质的裂隙密度、裂隙走向、两组裂隙之间夹角、围体的弹性性质和波的传播方向决定。令 $\rho v^2 = x$, 并作 $x = y - \frac{a}{3}$ 变换,则式(A-1)为

$$y^3 + py + q = 0 \quad (\text{A-2})$$

式中: $p = b - \frac{a^2}{3}$; $q = c - \frac{ab}{3} + \frac{2a^3}{27}$ 。式(A-2)在《数学手册》中给出了通解,其表达式为

$$y_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \quad (\text{A-3})$$

$$y_2 = w_1 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + w_2 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \quad (\text{A-4})$$

$$y_3 = w_2 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + w_1 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \quad (\text{A-5})$$

其中: $w_1 = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$; $w_2 = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 。令

$$A = -\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3} \quad (\text{A-6})$$

$$B = -\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3} \quad (\text{A-7})$$

在计算中发现 $\sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3} \leq 0$, 且只有在介质为各向同性无裂隙时,等号成立,此时 y_1, y_2, y_3 都是实数。在其它情况下, A, B 这两个复数可表示为

$$A = A_0(\cos\gamma + i\sin\gamma) \quad (\text{A-8})$$

$$B = A_0(\cos\gamma - i\sin\gamma) \quad (\text{A-9})$$

式中: $A_0 = \sqrt{\left|\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left|\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3\right|\right|}$; $\gamma = \arctan \frac{\sqrt{\left|\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3\right|}}{\left(-\frac{q}{2}\right)}$ 。

将式(A-8)、式(A-9)代入式(A-3)、式(A-4)、式(A-5)后整理、化简,则虚数部分被消除,只剩实数部分,形式如下

$$y_1 = A^{\frac{1}{3}} + B^{\frac{1}{3}} = 2A_0^{\frac{1}{3}} \cos\left(\frac{\gamma}{3}\right) \quad (\text{A-10})$$

$$y_2 = w_1 A^{\frac{1}{3}} + w_2 B^{\frac{1}{3}} = -2A_0^{\frac{1}{3}} \cos\left(\frac{\pi + \gamma}{3}\right) \quad (\text{A-11})$$

$$y_3 = w_2 A^{\frac{1}{3}} + w_1 B^{\frac{1}{3}} = -2A_0^{\frac{1}{3}} \cos\left(\frac{\pi - \gamma}{3}\right) \quad (\text{A-12})$$

则

$$\rho v_p^2 = -\frac{a}{3} + 2A_0^{\frac{1}{3}} \cos\left(\frac{\gamma}{3}\right) \quad (\text{A-13})$$

$$\rho v_{s1}^2 = -\frac{a}{3} - 2A_0^{\frac{1}{3}} \cos\left(\frac{\pi + \gamma}{3}\right) \quad (\text{A-14})$$

$$\rho v_{s2}^2 = -\frac{a}{3} - 2A_0^{\frac{1}{3}} \cos\left(\frac{\pi - \gamma}{3}\right) \quad (\text{A-15})$$

(上接第 145 页)

模型计算证实了方法的有效性和准确性,可望用于实际资料的处理。在实际计算中应注意网格的采样必须有足够的垂直密度,以使地形起伏可以得到足够的离散。

参 考 文 献

- 1 Berryhill J R. Wave equation datuming. *Geophysics*, 1979, 44(8): 1329~1344
- 2 Berryhill J R. Wave equation datuming before stack. *Geophysics*, 1984, 49(11): 2046~2066
- 3 Wiggins J W. Kirchhoff integral extrapolation and migration of nonplanar data. *Geophysics*, 1984, 49(8): 1239~1248
- 4 Reshef R. Depth migration from irregular surfaces with depth extrapolation methods. *Geophysics*, 1991, 56(1): 119~122
- 5 Yang Kai, Wang Huazhong and Ma Zaitian. Wave equation datuming from irregular surfaces using finite difference scheme. *Expanded Abstracts of 69th SEG Mtg*, 1999: 1456~1468
- 6 Zhang Guanquan, Zhang Wensheng and Hao Xianjun. Prestack depth migration with common-shot and synthesize shot records. *Expanded Abstracts of 69th SEG Mtg*, 1999: 1469~1472
- 7 张文生, 张关泉, 郝现军. 混合法深度偏移及其吸收边界条件. *石油物探*, 1999, 38(3): 1~7
- 8 Ristow D and Ruhl P L. Fourier finite-difference migration. *Geophysics*, 1995, 59(12): 1882~1893
- 9 Stoffa P L, Fokkema J, de Luna Freire R M, Kessinger W P. Split-step Fourier migration. *Geophysics*, 1990, 55(4): 410~421

(本文编辑: 刘勇)