

处理大地电磁资料的瞬时谱方法

陈乐寿 白改先

摘 要

大地电磁资料处理方法大多数都是对一段记录做傅氏变换, 构成功率谱后再求张量阻抗元素。本文通过对记录上的实信号做窄带复数滤波或窄带递归滤波和希尔伯特变换, 转换成窄带复信号, 再由复信号的瞬时谱求出张量阻抗元素。利用这种方法对实际资料处理的结果与常规方法处理的结果基本一致。由于采用了快速褶积实现希尔伯特变换, 因而处理时间也与常规方法大体相当。

ABSTRACT

Most magnetotelluric data processing methods make the Fourier transform of a segment record to get a power spectrum then to solve for tensor impedance element. After processed by narrow band complex filtering or narrow band recurrence filtering and Hilbert transformation, real signal is transformed into narrow band complex signal, whose instantaneous spectrum is then used to solve for tensor impedance element. The data processing result obtained by this method is almost the same as that obtained by conventional method. Furthermore, the processing time is nearly equal to that needed by conventional method because fast convolution is used to perform Hilbert transformation.

已有的大部分大地电磁资料处理方法都是对一段记录做傅氏变换, 构成功率谱, 然后求张量阻抗元素。本文中讨论的是一种迥然不同的方法。它是通过对记录上的实信号做窄带复数滤波或窄带递归滤波和希尔伯特变换, 转换成窄带的复信号, 然后由复信号的瞬时谱求出张量阻抗元素。我们用这种方法处理了一些实际资料, 其结果与用常规方法处理的结果基本一致。采用快速褶积实现希尔伯特变换后, 处理时间也大体相当。

下面介绍这一方法的原理、实现途径和处理效果。

方法原理

设有一实信号 $x(t)$, 根据实信号的谱具有共轭对称的性质, 即

$$X(f) = \overline{X(-f)}$$

可将 $x(t)$ 写成

$$\begin{aligned} x(t) &= \int_0^{\infty} X(f) e^{i2\pi ft} df + \int_0^{\infty} \overline{X(f)} e^{i2\pi ft} df \\ &= \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} 2X(f) e^{i2\pi ft} df \right\} \\ &= \operatorname{Re} \{x_f(t)\} \end{aligned} \quad (1)$$

其中
$$x_f(t) = \int_0^{\infty} 2X(f) e^{i2\pi ft} df \quad (2)$$

称为实信号 $x(t)$ 的复信号, 又称解析信号。其谱为

$$X_f(f) = \begin{cases} 2X(f) & f > 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad (3)$$

这样可以把由实信号到复信号的过程设想为一个变换, 即

$$X_f(f) = H_1(f) \cdot X(f) \quad (4)$$

式中传递函数 $H_1(f)$ 为

$$H_1(f) = \begin{cases} 2 & f > 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad (5)$$

其反傅氏变换, 即脉冲响应为

$$h_1(t) = \delta(t) + i \frac{1}{\pi t} \quad (6)$$

与式 (4) 相对应的时域表达式为

$$x_f(t) = h_1(t) * x(t) = x(t) + i \frac{1}{\pi t} * x(t) = x(t) + i \tilde{x}(t)$$

式中
$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{\pi t} * x(t) = h(t) * x(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (7)$$

称为 $x(t)$ 的希尔伯特变换, 即复信号的虚部。

已知 $i(1/\pi t)$ 与符号函数构成一傅氏变换对, 即

$$i \frac{1}{\pi t} \longleftrightarrow \operatorname{sign} f = \begin{cases} 1 & f > 0 \\ -1 & f < 0 \end{cases}$$

故式 (7) 中 $h(t)$ 的傅氏变换, 即希尔伯特变换的传递函数为

$$H(f) = \frac{\operatorname{sign} f}{i} = \begin{cases} -i & f > 0 \\ i & f < 0 \end{cases} \quad (8)$$

或写成

$$H(f) = e^{i\varphi(f)}$$

式中

$$\varphi(f) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} & f > 0 \\ \frac{\pi}{2} & f < 0 \end{cases}$$

因此, 希尔伯特变换有时又称为 90° 相移滤波。

窄带滤波后的信号可写成

$$x(t) = a(t) \cdot \cos[2\pi f_0 t + \varphi(t)] \quad (9)$$

其中 $\cos[2\pi f_0 t + \varphi(t)]$ 是高频振荡成分, 其初相位 $\varphi(t)$ 和包络 $a(t)$ 是缓慢变化成分, 定义为

$$\theta(t) = 2\pi f_0 t + \varphi(t) \quad (10)$$

称为窄带信号的瞬时相位。其对时间的导数

$$\mu(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = 2\pi f_0 + \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (11)$$

称为瞬时频率。

通过对 $x(t)$ 做希尔伯特变换, 求出相应复信号的虚部 $\tilde{x}(t)$, 就可以求出包络 (瞬时振幅)、瞬时相位和瞬时频率, 分别为

$$\begin{cases} a(t) = [x^2(t) + \tilde{x}^2(t)]^{1/2} \\ \theta(t) = 2\pi f_0 t + \varphi(t) = \arctg \frac{\tilde{x}(t)}{x(t)} \\ \mu(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{d}{dt} [\text{Im} \ln q(t)] = \text{Im} \frac{1}{q(t)} \frac{dq(t)}{dt} \\ = \text{Im} \frac{2[q(t) - q(t - \Delta t)]}{\Delta t [q(t) + q(t - \Delta t)]} \end{cases} \quad (12)$$

实现途径

别尔季切夫斯基 (М. П. Бердичевский) 等人^[1]曾提出了一种利用瞬时谱分析处理大地电磁测深资料的方法。他们是通过一复数滤波器的作用 (进行双重褶积运算) 完成窄带滤波和将实信号转换成相应的复信号的, 其示意图见图 1。

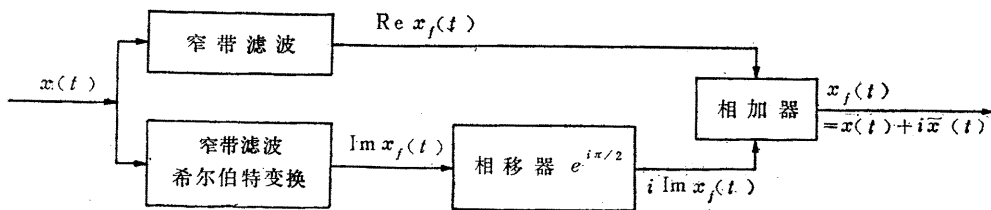


图 1 计算复信号示意图

根据复信号利用式 (12) 可求出瞬时振幅 $a(t)$ 、瞬时初相位 $\varphi(t)$ 和瞬时相位 $\theta(t)$ 以及瞬时频率 $\mu(t)$ 。瞬时复振幅定义为

$$x_f^*(t) = a(t)e^{i\varphi(t)} \quad (13)$$

它与窄带复信号 $x_f(t)$ 之间的关系为

$$x_f(t) = x_f^*(t)e^{i\omega_0 t} \quad (14)$$

别尔季切夫斯基等人证明了在下述条件之一, 即

- (1) 被分析的滤波后的记录段近似为规则的正弦波
- (2) 在窄带滤波器通频带范围内阻抗变化不大, 近似为常数
- (3) 在窄带滤波器通频带范围内信号的功率谱变化不大

得到满足时,可在常规的最小二乘法的方法方程中,用瞬时复振幅值 $x_f^*(t)$ 或滤波后复信号的瞬时值 $x_f(t)$ 代替原信号傅氏谱,来求出张量阻抗元素,其具体公式为

$$\begin{pmatrix} \sum_{n=0}^N E_{xf}^*(t_n) \overline{A_f^*(t_n)} \\ \sum_{n=0}^N E_{yf}^*(t_n) \overline{A_f^*(t_n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{xx}(\omega_0) & z_{xy}(\omega_0) \\ z_{yx}(\omega_0) & z_{yy}(\omega_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum_{n=0}^N H_{xf}^*(t_n) \overline{A_f^*(t_n)} \\ \sum_{n=0}^N H_{yf}^*(t_n) \overline{A_f^*(t_n)} \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{pmatrix} \sum_{n=0}^N E_{xf}^*(t_n) \overline{B_f^*(t_n)} \\ \sum_{n=0}^N E_{yf}^*(t_n) \overline{B_f^*(t_n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{xx}(\omega_0) & z_{xy}(\omega_0) \\ z_{yx}(\omega_0) & z_{yy}(\omega_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum_{n=0}^N H_{xf}^*(t_n) \overline{B_f^*(t_n)} \\ \sum_{n=0}^N H_{yf}^*(t_n) \overline{B_f^*(t_n)} \end{pmatrix}$$

或

$$\begin{pmatrix} \sum_{n=0}^N E_{xf}(t_n) \overline{A_f(t_n)} \\ \sum_{n=0}^N E_{yf}(t_n) \overline{A_f(t_n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{xx}(\omega_0) & z_{xy}(\omega_0) \\ z_{yx}(\omega_0) & z_{yy}(\omega_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum_{n=0}^N H_{xf}(t_n) \overline{A_f(t_n)} \\ \sum_{n=0}^N H_{yf}(t_n) \overline{A_f(t_n)} \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{pmatrix} \sum_{n=0}^N E_{xf}(t_n) \overline{B_f(t_n)} \\ \sum_{n=0}^N E_{yf}(t_n) \overline{B_f(t_n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{xx}(\omega_0) & z_{xy}(\omega_0) \\ z_{yx}(\omega_0) & z_{yy}(\omega_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum_{n=0}^N H_{xf}(t_n) \overline{B_f(t_n)} \\ \sum_{n=0}^N H_{yf}(t_n) \overline{B_f(t_n)} \end{pmatrix}$$

上面各式中的 A_f 和 B_f 表示 E_{xf} 、 E_{yf} 、 H_{xf} 和 H_{yf} 中的任意两道数据。

实现上述复数滤波需要做两次褶积运算,计算时间较长。为了提高计算速度,我们采用了窄带递归滤波技术及快速褶积运算。有两种算法可供选择。

1. 时域实现希尔伯特变换的方法。

实信号加汉宁窗口变成

$$\hat{x}_n = x_n \left(1 - \frac{\cos 2\pi n}{N} \right) / 2 \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (17)$$

式中 N 为数据点数。然后,在 24 个中心周期上进行窄带递归滤波^[2]。当取相对带宽为 0.1 时,计算公式为

$$y_n = \sum_{\tau=0}^1 a_\tau \hat{x}_{n-\tau} - \sum_{\tau=1}^2 b_\tau y_{n-\tau} \quad (18)$$

式中: y_n 为滤波器输出; $\hat{x}_n$ 为输入; a_τ 和 b_τ 为滤波因子,具体为

$$a_0 = 1 - \frac{1}{q^2}, \quad a_1 = \frac{2(1-q)}{q^2} \cos\left(2\pi \frac{\Delta T}{T_i}\right), \quad b_1 = \frac{2}{q} \cos\left(2\pi \frac{\Delta T}{T_i}\right),$$

$$b_2 = -\frac{1}{q^2}, \quad q = 1 + 0.184 \frac{\Delta T}{T_i} \quad (T_i \text{ 为第 } i \text{ 个中心周期})$$

对滤波后的窄带信号要做格值校正和相移校正。格值校正与常规方法相同,即每次

滤波后乘以相应道的相应中心周期上的仪器格值。由于相移校正要在时间域进行, 故改正量可采用下式计算

$$\frac{\alpha_{ij} \cdot T_i}{2\pi \cdot \Delta T} = \frac{\alpha_{ij} \cdot T_i}{360^\circ \cdot \Delta T} \quad (19)$$

式中 α_{ij} 为第 j 道第 i 个中心周期处的仪器相移值。然后对各道各中心周期的窄带信号按下式做离散希尔伯特变换^[3], 即

$$\hat{x}(n\Delta T) = \frac{2}{\pi} \sum_{m=\frac{(n+1)-(N-2)}{2}}^{\frac{n+1}{2}} \frac{1}{2m-1} \hat{x}[(n-2m+1)\Delta T] \quad (20)$$

由此可以构成窄带复信号 $x_f(n\Delta T) = x(n\Delta T) + ix(n\Delta T)$

或利用式 (12) 求出瞬时复振幅值, 再由式 (15) 或式 (16) 计算出张量阻抗元素。程序框图如图 2。这种方法减少了一次褶积运算, 相对复数滤波方法有了改进, 但仍比一般处理大地电磁资料的最小二乘方法所需要的计算时间长一些。为了进一步提高这种方法的效率, 我们引用了快速褶积, 在频率域实现希尔伯特变换。

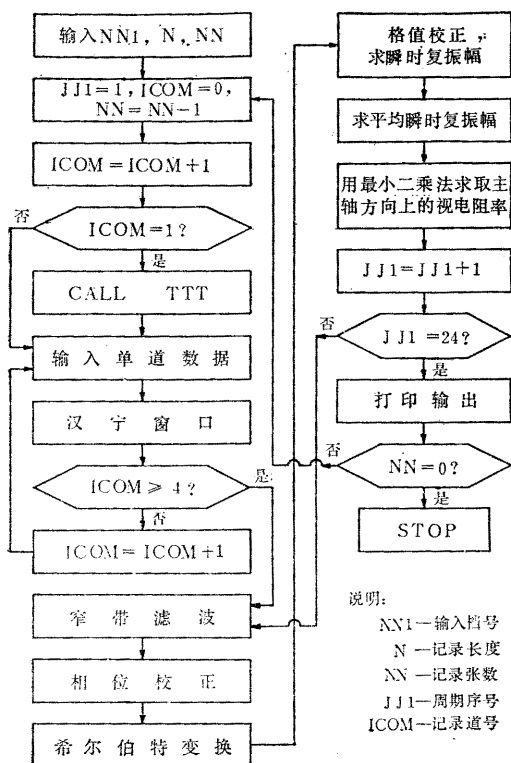


图 2 时间域瞬态谱分析程序框图

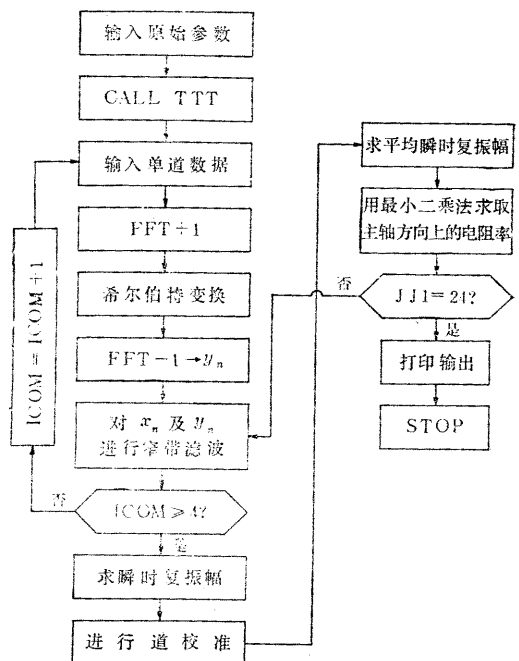


图 3 频率域瞬态谱分析程序框图

2. 频率域实现希尔伯特变换的方法。

首先对各道原始记录 $x(t)$ 做快速傅氏变换, 求出其频谱 $X(f)$, 然后乘以希尔伯特变换的频率传递函数 $H(f)$ (见式 (8)), 得

$$\tilde{X}(f) = X(f) \cdot H(f)$$

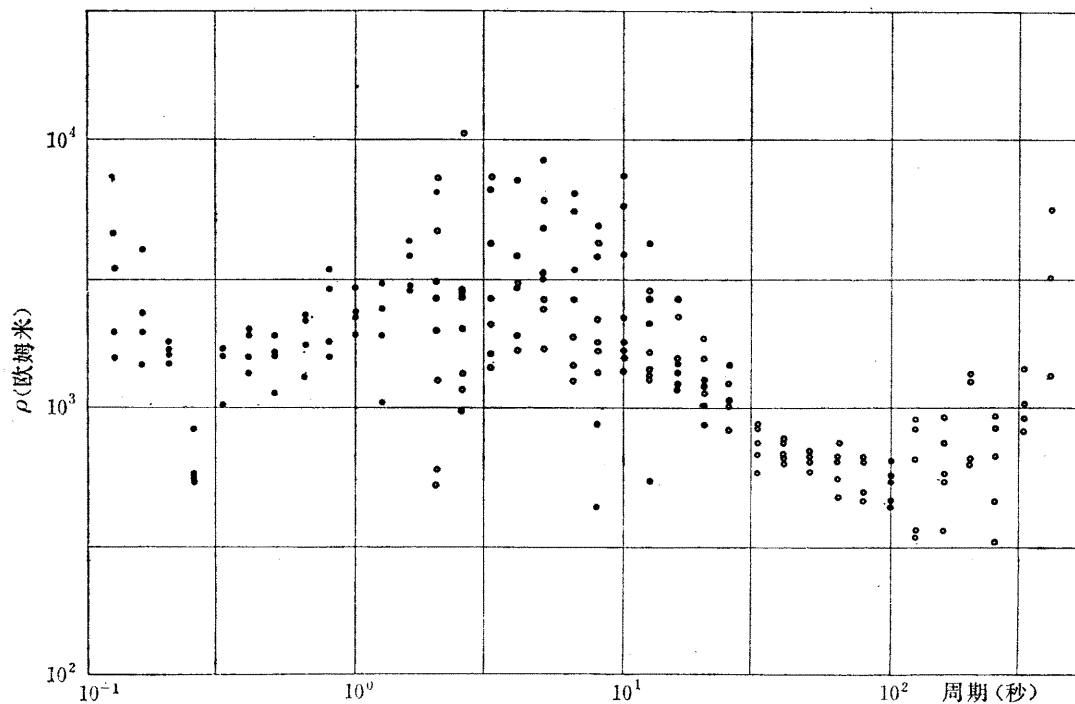


图 4 易县辛庄头 ρ_{xy} 曲线
(标准算法处理结果)

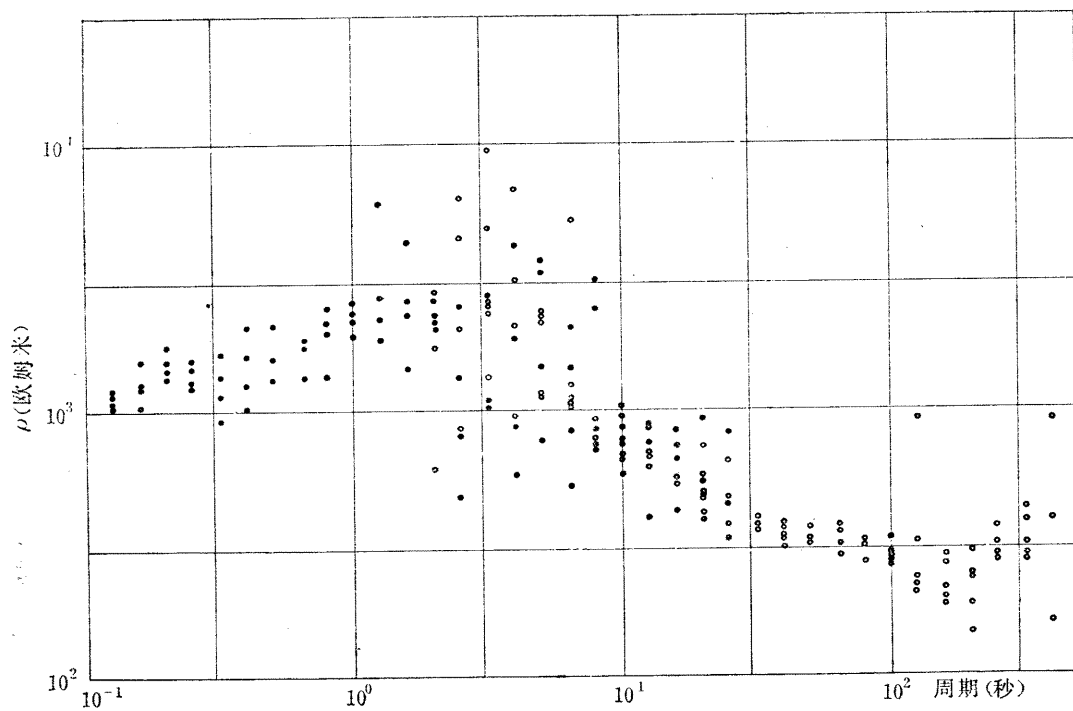


图 5 易县辛庄头 ρ_{yx} 曲线
(标准算法处理结果)

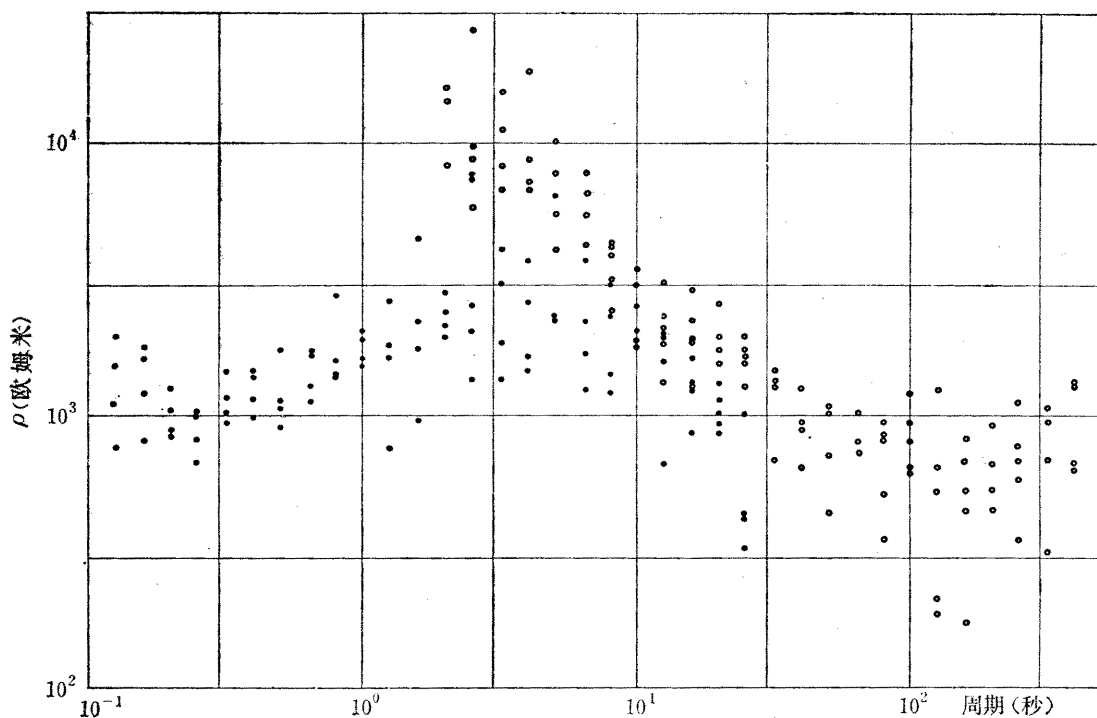


图 6 易县辛庄头 ρ_{xy} 曲线
(瞬态谱分析处理结果)

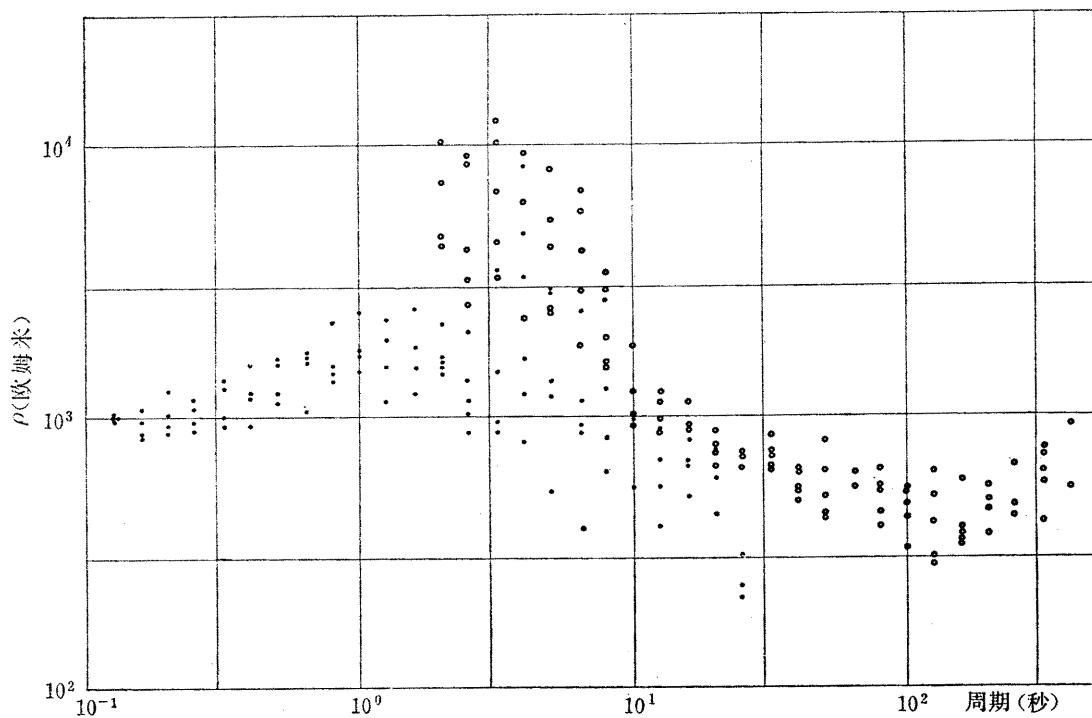


图 7 易县辛庄头 ρ_{yx} 曲线
(瞬态谱分析处理结果)

再对 $X(f)$ 做快速傅氏反变换, 求出 $\tilde{x}(f)$, 分别对 $x(t)$ 和 $\tilde{x}(t)$ 进行窄带递归滤波, 做格值和相移校正, 构成窄带复信号或计算出瞬时复振幅, 求出张量阻抗元素。图 3 为实现这一方法的程序框图。

处理效果

图 4 和图 5 为标准算法程序的处理结果, 图 6 和图 7 是在频率域实现希尔伯特变换的处理结果。可以看出, 两种算法得到的视电阻率曲线 (离散值) 的形态是一致的, 而瞬态谱分析法的数据比标准算法的数据稍集中一些。但是, 瞬态谱分析的数据在 I 档和 II 档的重叠频段内, 数据的重合性不太好; 这也正是各种方法计算的数据都很分散的频段, 说明存在严重的噪声干扰。就整个曲线形态来看, 规律是明显的, 不会给曲线平滑带来很大困难。

参 考 文 献

- [1] М. П. Бердичевский, Магнитотеллурическое зондирование с использованием математических фильтров, 《Физика Земли》, No.3, 1973
- [2] 晋光文等, 一种大地电磁张量阻抗的计算方法, 《地球物理学报》, Vol. 25, 增刊, P. 650—659, 1982
- [3] 程乾生, 《信号数字处理的数学原理》, 石油工业出版社, 1979

· 消息 ·

石油部物探系统 TIMAP 计算机 第三次经验交流会在大庆市召开

石油部物探系统 TIMAP 计算机第三次经验交流会于 1984 年 9 月 4 日至 10 日在大庆市杏五井大庆油田物探公司召开。部勘探司、物探系统计算机协调委员会派员参加了这次会议。江苏、长庆、胜利、大庆、物探局三指和四指、西安石油仪器总厂、江汉石油学院等单位的三十二位代表出席了会议。

会议采用大会报告, 专业对口交流等方式交流了各类成果 25 项。其中包括系统软件的修改、新模块设计、现有模块的扩充和改造以及硬件维护经验等。

三年来该协作组各单位不断努力, 大大充实完善了该机的功能, 使之除担负现场处理外, 还能完成不少常规处理和少量具有地区性特点和需要的特殊处理任务。

会议並对该组的协作方式、内容及今后的发展方向等问题进行了讨论和安排。

由于大庆石油管理局、大庆物探公司对这次会议作了充分准备和精心安排, 使这次会议取得了圆满成功。