

# 三维地震资料 频率-波数域波动方程偏移

何潮观

## 摘要

在频率-波数域中，详细地推导出了对地震记录进行三维偏移归位的全部计算公式，并给出了能在中小型计算机上实施的程序结构和流程。对该方法的合理性用理论模型进行了试验，并给出了三维理论模型以及三维偏移理论剖面和三维偏移地震记录剖面及其它们的横向切片。通过实际计算以及对二维偏移和三维偏移两者效果的比较，表明三维偏移除了具有高偏移精度和高信噪比之外，而且还有有效地压制了侧面波。

## ABSTRACT

Formulas for 3D migration of seismic data in frequency-wave number domain are derived. The software and procedure used on medium-sized computer and minicomputer are given. The rationality of this method is tested by theoretical model. The 3D theoretical model, 3D theoretical migration section, 3D migrated seismic section and their seiscrop sections are presented. The actual computation and the comparison between 2D migration and 3D migration show that 3D migration not only has higher accuracy and higher S/N ratio but also effectively suppresses side waves.

三维地震资料频率-波数域波动方程偏移简称三维 F-K 偏移，它与三维积分法偏移，以及三维差分法偏移一样，均是实现地震反射剖面三维空间归位的一种有效手段。它具有处理速度快、精度高、占用计算机内存小等优点。例如，该方法在依里斯 60 机上编成程序后，仅占内存 2 万多字，处理每条为 240 道的 96 条三维剖面共用机 60 多个小时。在三维地震勘探越来越被广泛采用的时代，三维 F-K 偏移无疑是一种具有较高经济效益的处理手段。

## 三维F-K偏移数学原理

有三维波动方程

$$P_{xx} + P_{yy} + P_{zz} = \frac{4}{\nu^2} P_{tt} \quad (1)$$

函数  $P = P(x, y, z, t)$ ，满足傅里叶展开条件，故可以将  $P$  在四元正交基  $\{\exp[i(k_x x + k_y y + k_z z + \omega t)]\}$  中表示成如下形式：

$$P = \sum_{k_x} \sum_{k_y} \sum_{k_z} \sum_{\omega} A(k_x, k_y, k_z, \omega) \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z + \omega t)] \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)得特征方程

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{4}{\nu^2} \omega^2$$

故有

$$k_z = \frac{2\omega}{\nu} \sqrt{1 - \frac{\nu^2 k_x^2}{4\omega^2} - \frac{\nu^2 k_y^2}{4\omega^2}} \quad (3)$$

将式(3)代入式(2)，四元正交基转化为三元正交基， $P$  在三元正交基中的表示式为

$$\begin{aligned} P = & \sum_{k_x} \sum_{k_y} \sum_{\omega} A(k_x, k_y, \omega) \exp \left[ i(k_x x + k_y y \right. \\ & \left. + \frac{2\omega z}{\nu} \sqrt{1 - \frac{\nu^2 k_x^2}{4\omega^2} - \frac{\nu^2 k_y^2}{4\omega^2}} + \omega t \right] \end{aligned} \quad (4)$$

当  $z=0$  时，得地面地震记录

$$F(x, y, t) = P(x, y, z=0, t)$$

则式(4)就变成

$$F(x, y, t) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} \sum_{\omega} A(k_x, k_y, \omega) \exp[i(k_x x + k_y y + \omega t)] \quad (5)$$

而

$$A(k_x, k_y, \omega) = \sum_x \sum_y \sum_t F(x, y, t) \exp[-i(k_x x + k_y y + \omega t)] \quad (6)$$

式(5)和式(6)分别为三维傅氏反变换和正变换。至此，式(4)即可完全解出。

但是，一般只需要  $P(x, y, z, t)|_{t=0}$  的特解，因而式(4)就变成

$$\begin{aligned} P(x, y, z) = & \sum_{k_x} \sum_{k_y} \sum_{\omega} A(k_x, k_y, \omega) \exp \left[ i(k_x x + k_y y \right. \\ & \left. + \frac{2\omega z}{\nu} \sqrt{1 - \frac{\nu^2 k_x^2}{4\omega^2} - \frac{\nu^2 k_y^2}{4\omega^2}} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

进行变量置换，用变量  $k_z$  置换  $\omega$ ，由式(3)得

$$\omega = \frac{k_z v}{2} \sqrt{1 + \frac{k_x^2}{k_z^2} + \frac{k_y^2}{k_z^2}} \quad (8)$$

$$d\omega = \frac{v}{\sqrt{1 + \frac{k_x^2}{k_z^2} + \frac{k_y^2}{k_z^2}}} dk_z \quad (8')$$

将式(3)与式(8')代入式(7)得

$$P(x, y, z) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} \sum_{k_z} A(k_x, k_y, \omega) \frac{v}{2 \sqrt{1 + \frac{k_x^2}{k_z^2} + \frac{k_y^2}{k_z^2}}} \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)]$$

令

$$B(k_x, k_y, k_z) = \frac{v}{2 \sqrt{1 + \frac{k_x^2}{k_z^2} + \frac{k_y^2}{k_z^2}}} A(k_x, k_y, \omega) \quad (9)$$

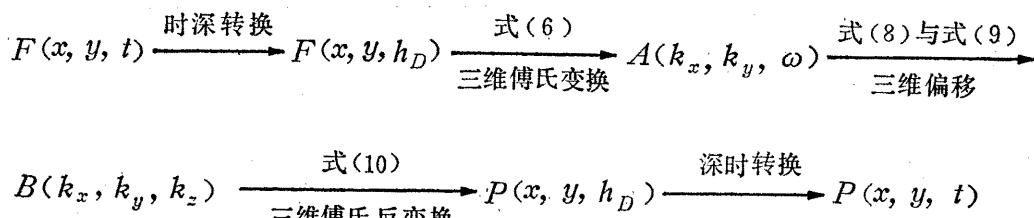
则

$$P(x, y, z) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} \sum_{k_z} B(k_x, k_y, k_z) \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)] \quad (10)$$

至此，三维偏移剖面  $P(x, y, z)$  即求得了。以上推导，全部立足于速度  $v$  为常数这个假设条件，因此， $P(x, y, z)$  相当于  $P(x, y, t)$ 。

为了使 F-K 偏移适用于不均匀介质，即速度  $v$  为变量，需要对地震记录进行时深转换，然后再进行 F-K 偏移。

总结以上推导，程序流程如下：



下面推导式(8)、(9)的具体计算公式。

圆频率  $\omega = 2\pi n f_0$ ，基频  $f_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{N\Delta}$ ，所以  $\omega = \frac{2\pi}{N\Delta} \cdot n$ 。其中  $N$  为时间轴上的总采样点数； $\Delta$  为时间采样间隔； $n$  为对应于  $\omega$  的频率点序号。横向圆波数  $k_x = 2\pi m_x d_x$ ，横向基波数  $d_x = \frac{1}{M_x \nabla_x}$ 。

所以有  $k_x = \frac{2\pi}{M_x \nabla_x} m_x$

同理可得  $k_y = \frac{2\pi}{M_y \nabla_y} m_y$

$k_z = \frac{2\pi}{M_z \nabla_z} m_z$

其中,  $M_x$ 、 $M_y$ 、 $M_z$  分别为  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴上的总采样点数;  $\nabla_x$ 、 $\nabla_y$ 、 $\nabla_z$  分别为  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴上的采样间隔;  $m_x$ 、 $m_y$ 、 $m_z$  分别为对应于  $k_x$ 、 $k_y$ 、 $k_z$  的波数点序号。将  $\omega$ ,  $k_x$ 、 $k_y$ 、 $k_z$  的计算式代入式(8), 且令

$$N = M_z \quad \frac{\Delta}{2} \nu = \nabla_z$$

得

$$n = m_z \left[ 1 + M_z^2 \nabla_z^2 \left( \frac{m_x^2}{M_x^2 \nabla_x^2 m_z^2} + \frac{m_y^2}{M_y^2 \nabla_y^2 m_z^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

式(9)可演化为

$$B(m_x, m_y, m_z) = \frac{A(m_x, m_y, n)}{\left[ 1 + M_z^2 \nabla_z^2 \left( \frac{m_x^2}{M_x^2 \nabla_x^2 m_z^2} + \frac{m_y^2}{M_y^2 \nabla_y^2 m_z^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (12)$$

式(11), (12)即为 F-K 偏移计算公式。偏移过程如图 1 所示。

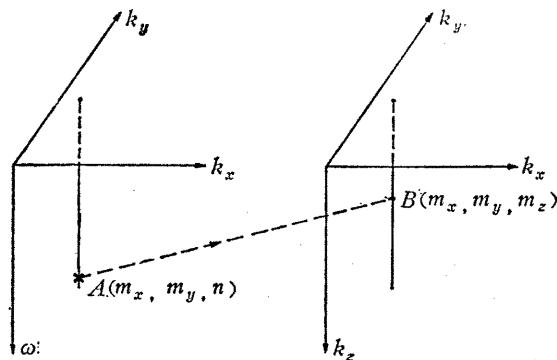


图 1 F-K 偏移示意图

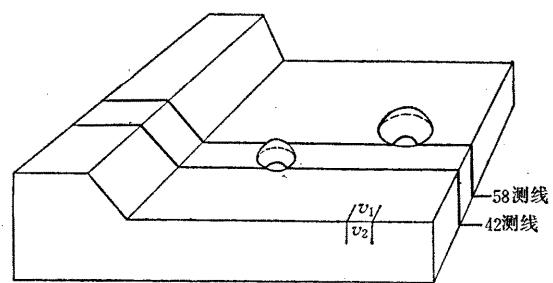


图 2 三维理论模型

将  $m_x$  作为参变量, 对于某个  $m_z$ , 通过式(11)求得  $n$ , 找到  $A(m_x, m_y, n)$  点后, 再根据式(12)乘一个系数, 将其放到  $(m_x, m_y, m_z)$  所对应的位置上, 即得到  $B(m_x, m_y, m_z)$ , 并完成了 F-K 偏移过程。这是一个向低频方向移动的过程, 因而 F-K 偏移将会产生波形拉伸现象。为此, 采用相位滤波的办法, 以补偿波形拉伸作用, 即对偏移后的频谱乘以高频补偿因子  $\sqrt{f} e^{-\frac{\pi}{4}}$ , 然后再反变换成为偏移后的深度剖面和时间剖面。

### 模型试验和实际资料处理

采用的三维模型如图 2 所示。

在速度  $v_1$  与  $v_2$  分界面上分布两个穹窿和一个断面。其中断面方程为

$$-24x + y + 125z = 276450$$

两个穹窿实为两个埋藏深度不同的相同大小的圆球, 圆球半径均为 1,920 米, 两个球心的坐标分别为

$$x_{01} = 2,880 \text{ 米} \quad x_{02} = 5,280 \text{ 米}$$

$$y_{01} = 2,400 \text{ 米} \quad y_{02} = 3,360 \text{ 米}$$

$$z_{01} = 4,200 \text{ 米} \quad z_{02} = 4,100 \text{ 米}$$

三个界面的深度分别为

$$z_1 = 2,250 \text{ 米}, z_2 = 2,400 \text{ 米}, z_3 = 3,600 \text{ 米}$$

其速度分别为

$$v_1 = 3,000 \text{ 米/秒}, v_2 = 5,000 \text{ 米/秒}$$

模型试验资料由图 3 至图 12 所示。

图 3 为 42 测线自激自收剖面，该测线仅仅切到一个圆球，但由于射线垂直界面的关系，未切到的圆球的侧面反射波在 42 测线上得到清晰的反映。图 4 为二维 F-K 偏移剖面，侧面波未能得到压制，也就是说，在二维偏移剖面上，得到了一个假的穹窿构造。图 5 为三维 F-K 偏移剖面，图 6 为理论铅垂切片剖面。在图 5 上，侧面波得到了充分的压制，假构造完全消失，说明了三维 F-K 偏移起到了三维空间归位的作用。而图 5 和图 6 又吻合得非常好，且背景也相当平静，说明三维 F-K 偏移有较高的精度和信噪比。

图 7 为 58 测线自激自收剖面，它同时切到两个圆球。图 8 为二维 F-K 偏移剖面，虽然在二维空间得到了归位，但是与图 10 的理论铅垂切片剖面相比较，构造幅度和圈闭范围均有夸大的现象，这是由于射线平面为了保持与界面垂直，总是向界面上倾方向偏移所造成。图 9 为三维 F-K 偏移剖面，与图 10 吻合得非常好，说明三维 F-K 偏移能使构造幅度和圈闭范围得到正确的反映。图 11 为偏移前的横向切片，图 12 为偏移后的横向切片。两者均很好地反映了两个穹窿和一个断层的切面，而且两个图所对应的圆心分别完全重合。但是图 11 所示的穹窿圈闭面积明显地夸大了，而且所反映的断面位置明显地向下倾方向偏离；而图 12 所反映的穹窿圈闭面积和断层位置均和实际吻合。

理论模型的试验显示了三维偏移比二维偏移具有一些明显的优越性，即三维偏移能有效地压制侧面波，能使构造幅度和圈闭面积正确地反映出来，从而能提供比较真实的铅垂钻井剖面。此外，三维 F-K 偏移剖面的背景比较平静，与理论铅垂切片吻合程度好，说明三维 F-K 偏移除了具备三维偏移的一般优点以外，还具备偏移精度高，信噪比

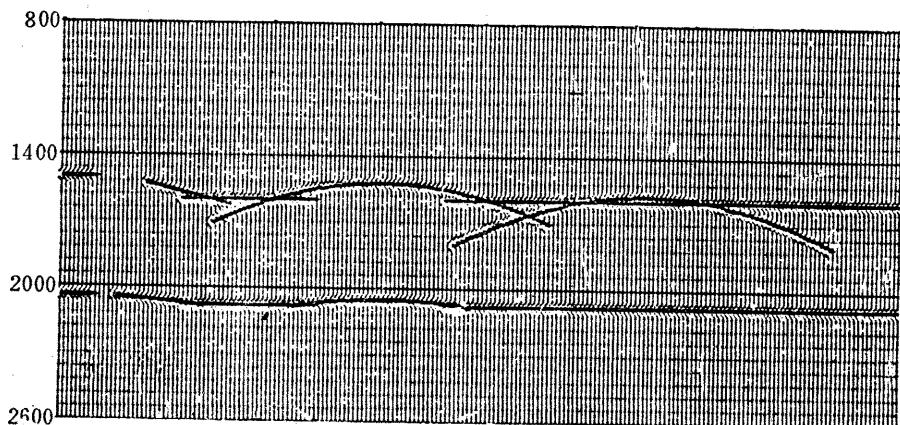


图 3 自激自收剖面 (42 测线)

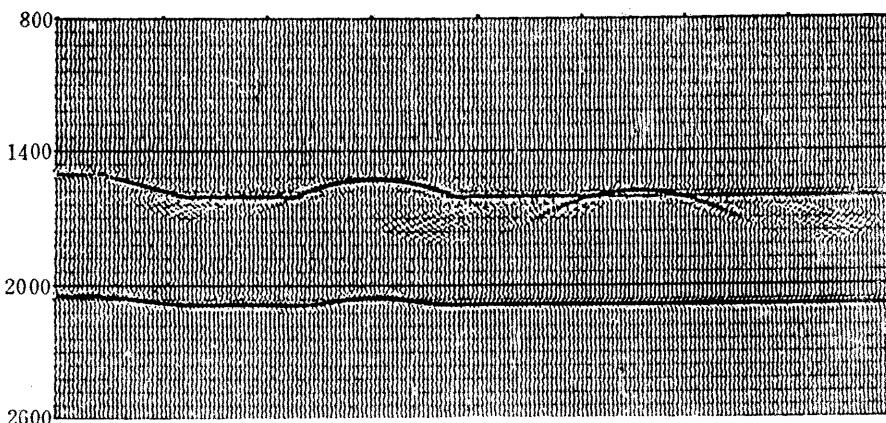


图 4 二维 F-K 偏移剖面

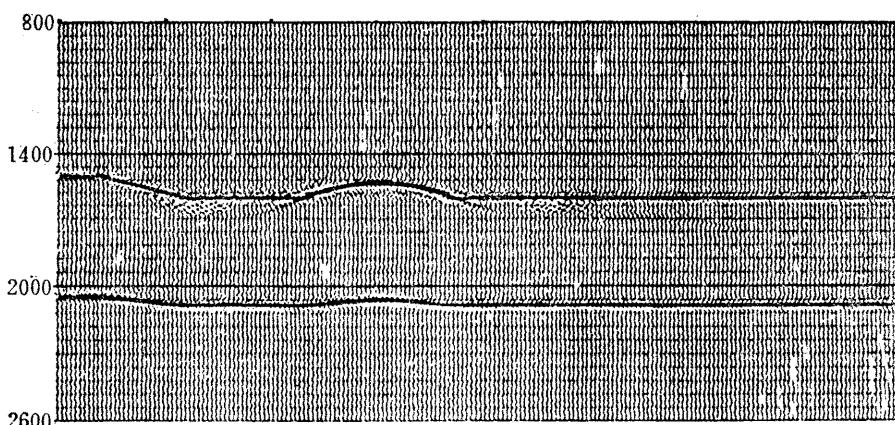


图 5 三维 F-K 偏移剖面

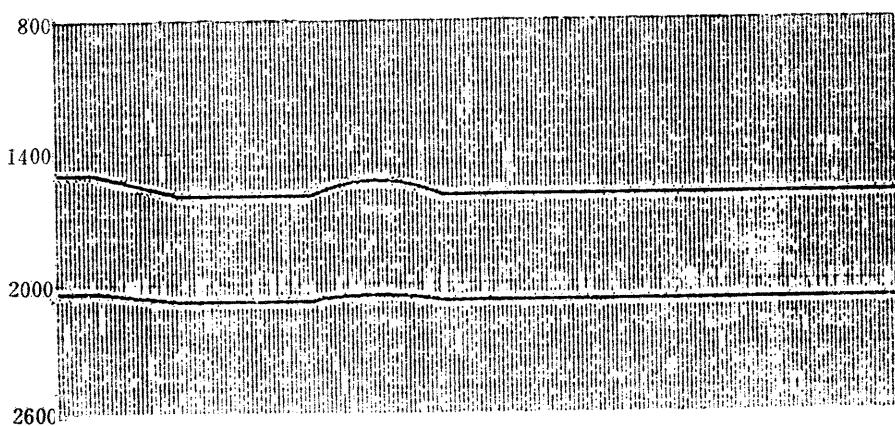


图 6 理论铅垂切片剖面

高，处理速度快等特有的优点。实际资料的处理示于图 13 至 19。

图 13 为二维 F-K 偏移剖面，在剖面的左下角 3.2 秒处有一组明显的侧面波，而在图 14 的三维 F-K 偏移剖面上，该侧面波得到了压制。图 15 和图 16 也分别为二维和三维 F-K 偏移剖面，剖面中央的一个局部隆起在三维剖面上显示得更为清晰和确切。图

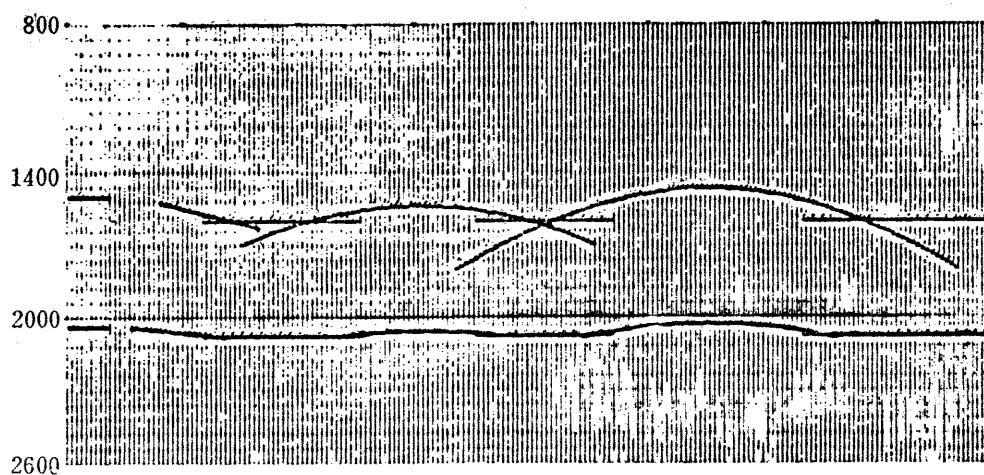


图 7 自激自收剖面 (58测线)

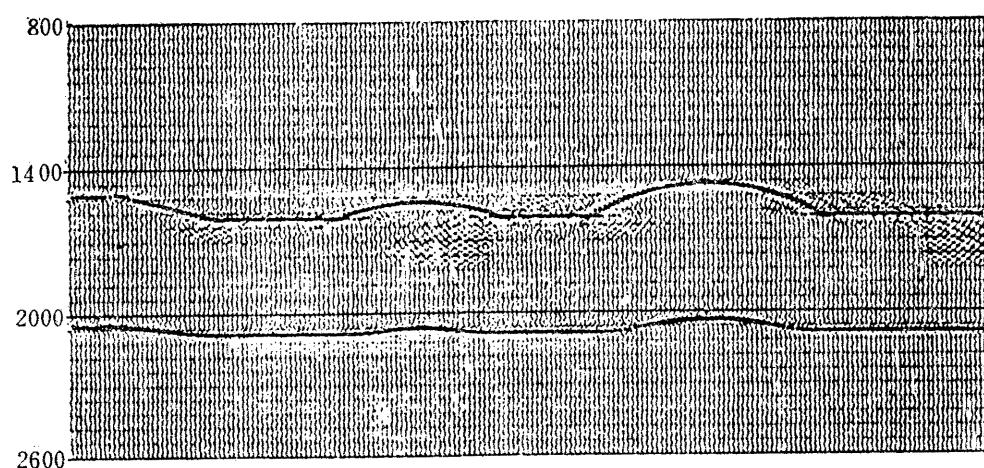


图 8 二维 F-K 偏移剖面

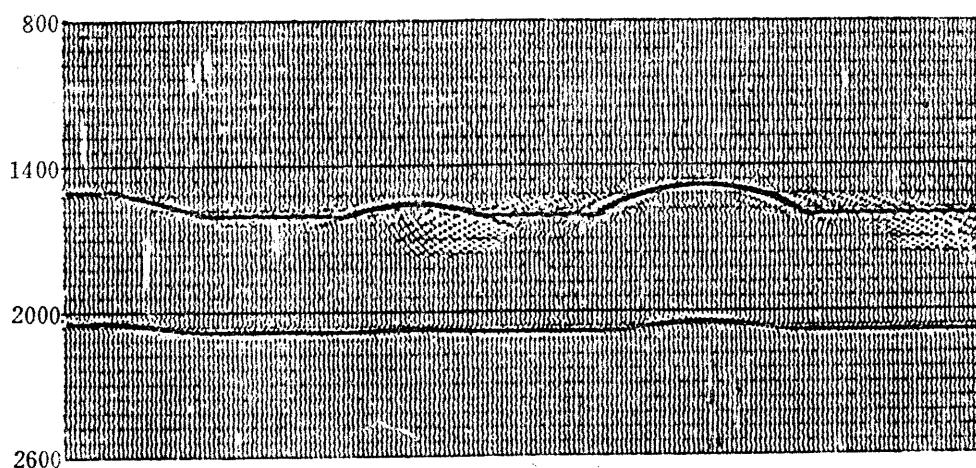


图 9 三维 F-K 偏移剖面

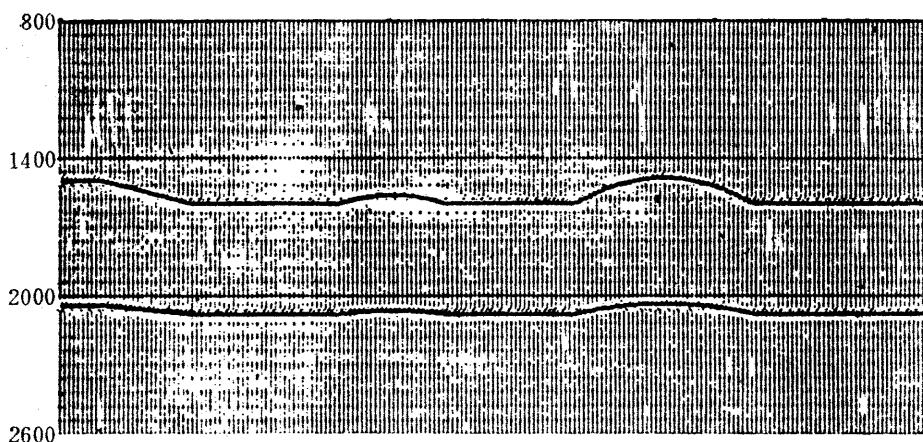


图 10 理论铅垂切片剖面

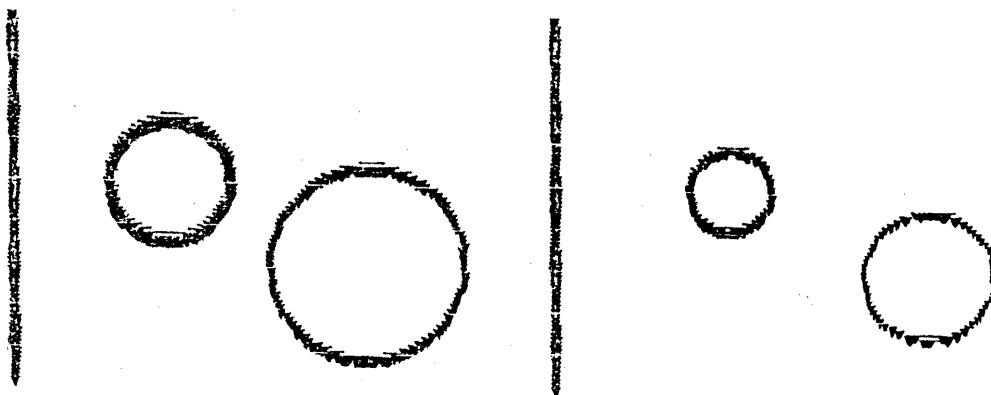


图 11 三维理论模型偏移前横向切片

图 12 三维理论模型偏移后横向切片

17 和图 18 为另一对二维和三维 F-K 偏移剖面，剖面深层的一组大倾角断面波，在二维和三维剖面上差别非常大，这一现象在其它四幅图上也有反映。这种明显的差别是由于二维和三维偏移剖面在大倾角界面上所对应的反射位置有较大的差距所造成的，这是三维偏移不同于二维偏移的又一特征。

图 19 为该区实际资料经三维 F-K 偏移后在 1.46 秒处的一个横向切片，图 16 所反映的一个局部构造在切片图的中央表现为一个局部圈闭。很明显，三维资料的横向切片将为构造图的编制和解释提供有利的手段。

### F-K 偏移中的时深转换

目前，通用斯托尔 (stolt) 时深转换因子

$$h_D = \sqrt{\frac{1}{2} \int_0^{t_{\text{max}}} v_{\text{rms}}^2 t dt}$$

物探局陈祖传同志对这一因子进行研究后指出，这一因子仅仅适用于位于绕射源顶

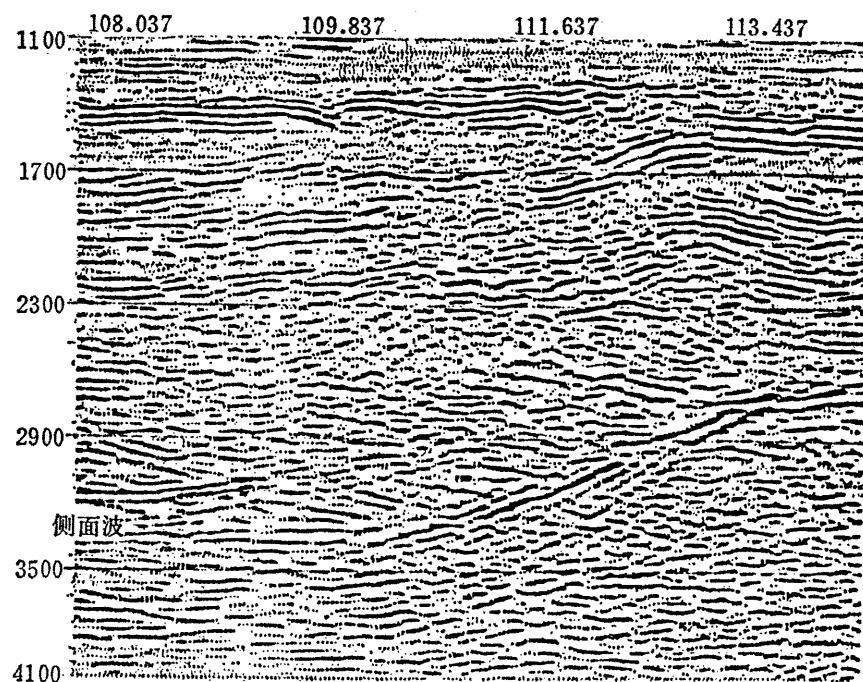


图 13 二维 F-K 偏移剖面

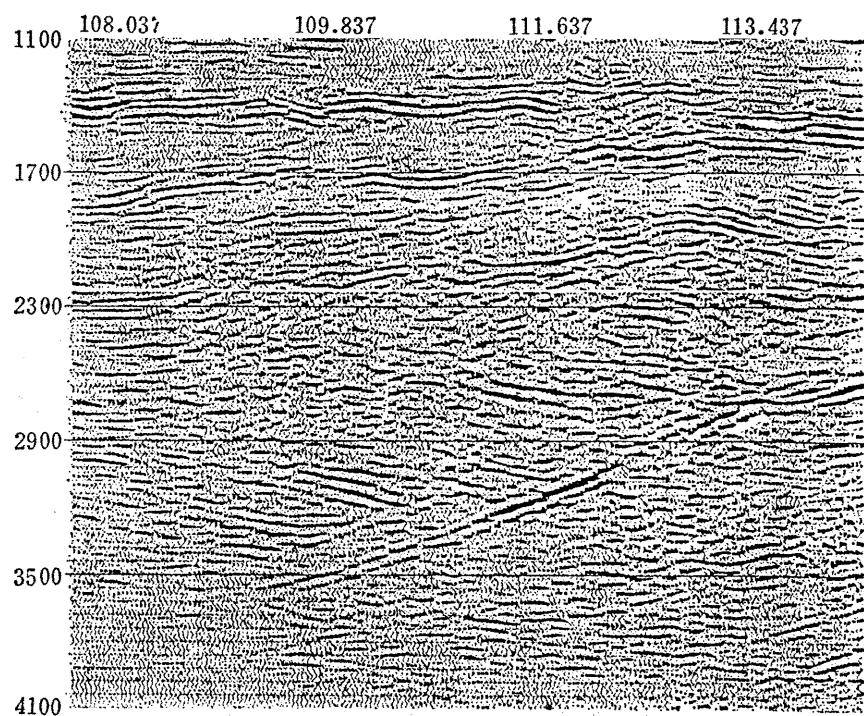


图 14 三维 F-K 偏移剖面

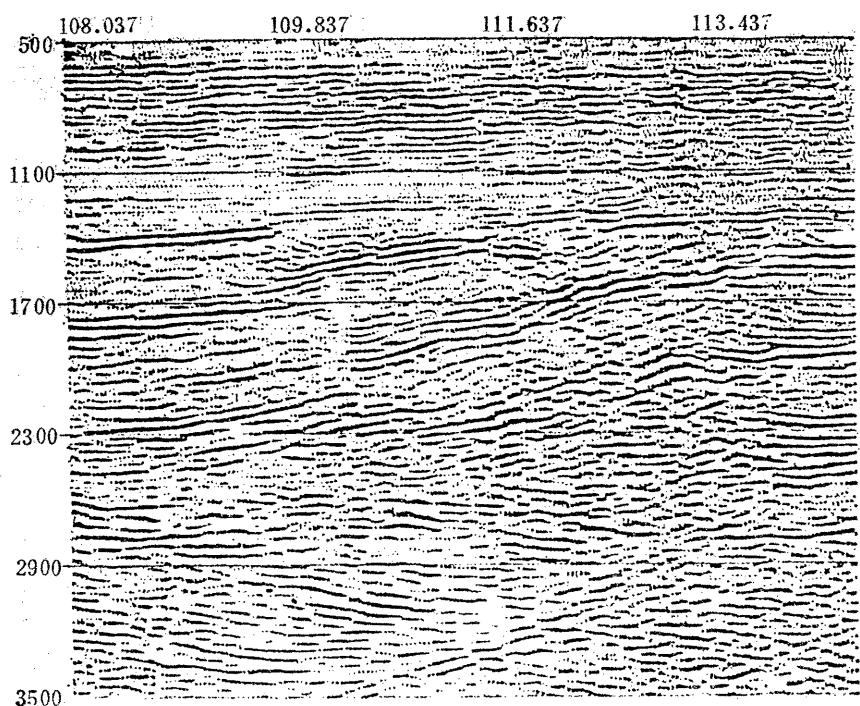


图 15 二维 F-K 偏移剖面

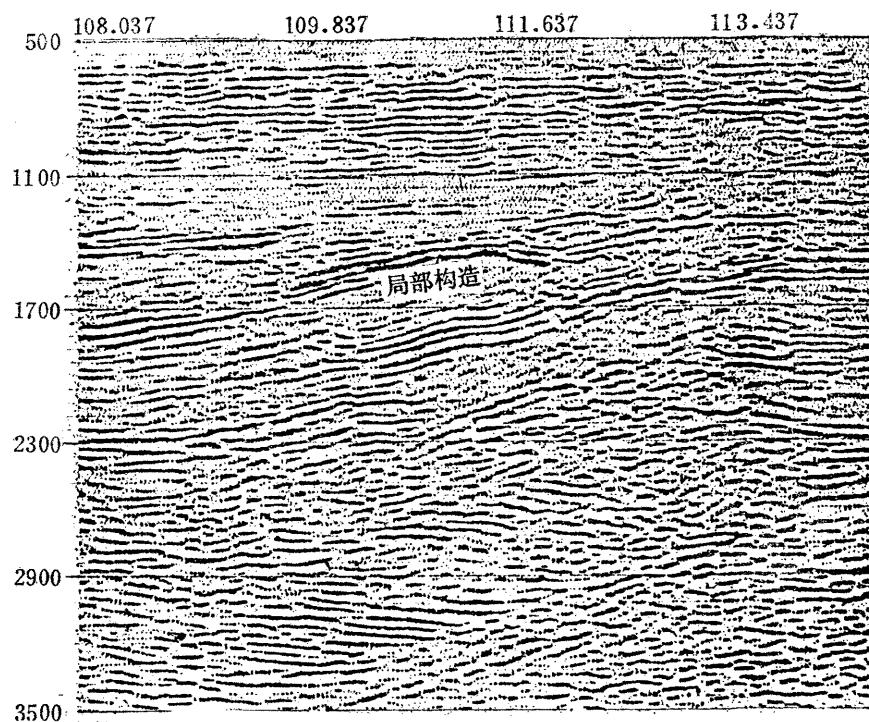


图 16 三维 F-K 偏移剖面

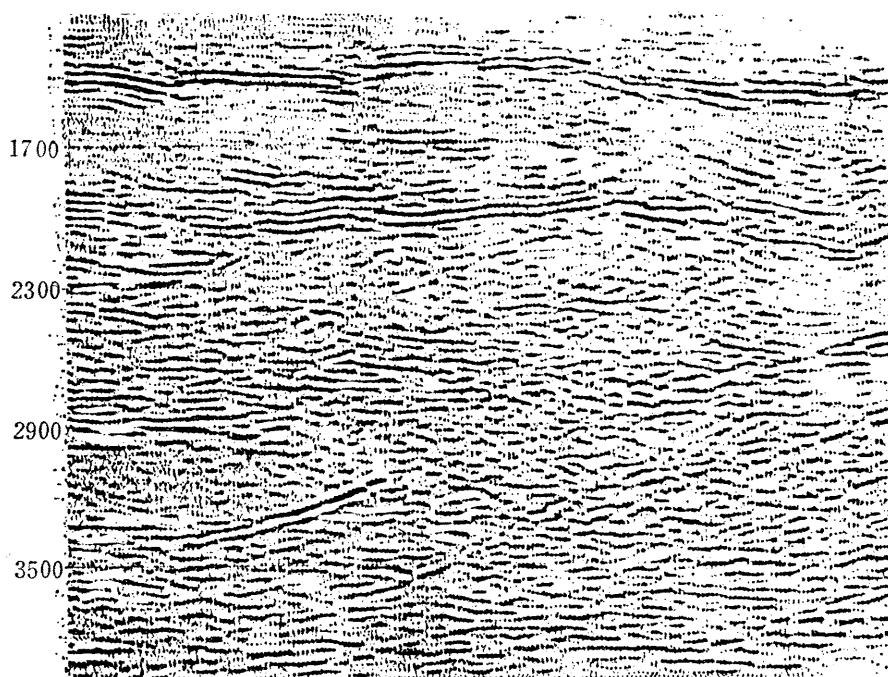


图 17 二维F-K 偏移剖面

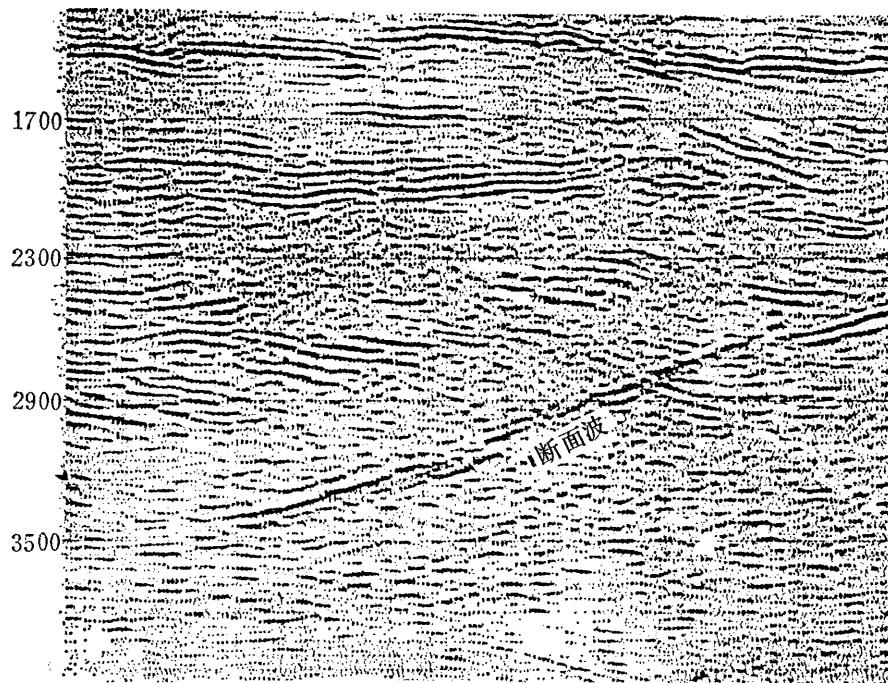


图 18 三维F-K 偏移剖面

点的地震道，而将其误用于偏移前的各地震道，将使深度和偏移位置产生较大的误差。他在此基础上，提出了一个新的时深转换因子：对于连续介质，当偏移范围在3~4公里以内时，可以用直射线法代替曲射线法，这时的时深转换因子为

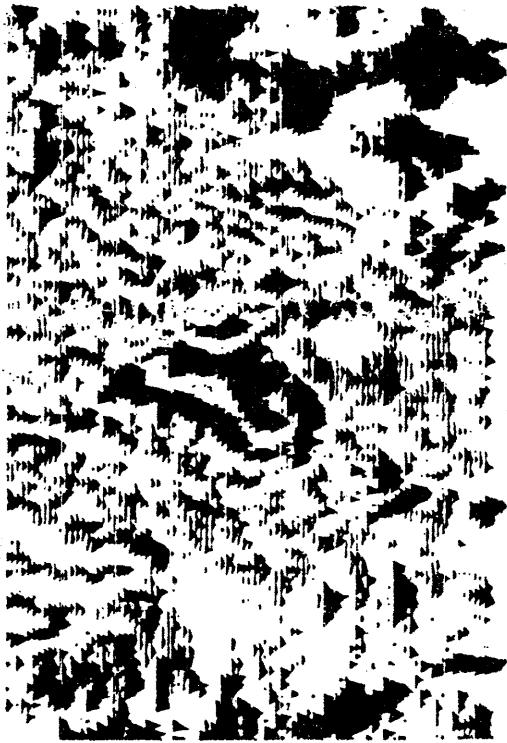


图 19  $t = 1.46$  秒横向切片

$$h_D = \frac{1}{2} t_{0D} v_{rms}(t_{0H}) \quad (13)$$

其中  $t_{0D}$  为偏移前的时间， $t_{0H}$  为偏移后的时间， $v_{rms}(t_{0H})$  为  $t_{0H}$  时刻的均方根速度。式(13)表明，求  $t_{0D}$  时刻的深度应该采用  $t_{0H}$  时刻的均方根速度。

为此，需要确定  $t_{0D}$  与  $t_{0H}$  的对应关系

$$t_{0H} = t_{0D} \cos \varphi \quad (14)$$

视倾角  $\varphi$  可根据叠加剖面同相轴斜率求得

$$\varphi = \sin^{-1} \left( v_{rms}(t_{0H}) \frac{\Delta t}{2\Delta x} \right) \quad (15)$$

将式(14)和(15)联立起来进行多次迭代计算，即可确定  $t_{0D}$  与  $t_{0H}$  的对应关系。

然后用 DIX 公式求出各薄层（例如为 4ms）的厚度

$$h_\Delta = \frac{1}{2} \sqrt{(v_{i+1}^2 t_{i+1} - v_i^2 t_i) \Delta} \quad (16)$$

则有  $H = \sum h_\Delta$ 。

作时深转换时重采样间隔以及作偏移时使用的深度域采样间隔分别为

$$\nabla'_z = \frac{H}{t} \cdot \Delta \quad (17)$$

$$\nabla_z = \frac{H}{t} \cdot \Delta / \cos \varphi \quad (18)$$

## 程序 编 制

该方法在大容量高速计算机上可以实现快速运行，比差分法快几倍到几十倍。但在小容量又无褶积器的计算机上也可以实现快速运行，程序流程叙述如下：将各条测线在进行时深转换后作成二维谱，然后在垂直测线方向分成若干块，每块的大小以一个磁盘能容下为原则。对每一块中垂直于测线方向的各道分别作一次傅氏变换，即成为三维谱，接着就是偏移并进行一次傅氏反变换，于是得到了偏移后的二维谱，并将其送回到各条测线的对应道号上去，再对各条测线进行二维傅氏反变换和深时转换，则各条测线